

1. Positronium on elektronin ja sen antihiukkasen, positronin, muodostama sidottu systeemi. Se on muuten analoginen vetyatomien kanssa, paitsi että positroniumissa positiivinen osapuoli on täsmälleen yhtä kevyt kuin elektronikin. Tämän takia Bohrin atomimallin energiatilojen lausekkeessa esiintyvä massa pitää korvata redusoidulla massalla, joka tässä tapauksessa on $m_e/2$. Positroniumin sidottujen tilojen energiat saadaan tällöin lausekkeesta $E_n = -E_0/n^2$, missä $E_0 \approx 7,8$ eV.

Positroniumista koostuva kaasu on viime vuosina ollut mielenkiinnon kohteena, koska sen avulla voitaisiin kehittää nk. annihilaatiolaser — positroniumissahan elektroni ja positroni lopulta annihiloituvat synnyttäen kaksi tai useampia fotoneja. Erityisen tiheäksi positroniumkaasu saadaan Bose–Einstein-kondensaation kautta, jota vastaavan kriittisen lämpötilan lauseke on $T_C \approx 750 \times n^{3/2}$ K, missä kaasun tiheys n on yksiköissä 10^{21} cm⁻³.

Warm-up: miksi positroniumkaasu voi muodostaa Bose–Einstein-kondensaatin? (2p)

Ja sitten itse suoritukseen:

Tarkastellaan nyt positroniumkaasua, jonka tiheys em. yksiköissä on yksi (siis sisältäen 10^{21} positroniumia kuutiocenttimetrin tilavuudessa) eri lämpötiloissa: (i) $T = 50$ K, (ii) $T = 10000$ K, (iii) $T = 100000$ K.

Mitä tilastollista jakaumaa sinun pitää eri tapauksissa käyttää laskiessasi kaasun makroskooppisia ominaisuuksia? Perustele valintasi. (4p)

Vinkkejä: 1) Omasta ajattelusta palkitaan aina, 2) $k_B \approx 10^{-23}$ J/K, $m_e \approx 10^{-30}$ kg, $h \approx 10^{-33}$ Js, $e \approx 10^{-19}$ C; näitä tarvitset muuttaessasi energioita lämpötiloiksi tai päinvastoin sekä kvanttimekaanista rajaa hakiessasi, 3) positroniumeja ympäröivän rakenteen tyyppillisen skaalapituuden saat arvioitua hiukkastiheydestä.

2. a) Selitä lyhyesti, korkeintaan muutamalla virkkeellä, mistä metallien äärellinen sähkön- ja lämmönjohtavuus aiheutuu klassisen fysiikan mukaan sekä mitkä asiat klassinen teoria ennustaa selvästi väärin. Sähkönjohtavuudelle saat kvanttimekaanisesti johdettua saman lausekkeen kuin klassisestikin, mutta tulkinta on kuitenkin erilainen. Mikä tämä tulkintaero oikein on? (3p)
- b) Matalissa lämpötiloissa hyvä malli puhtaan metallinäytteen ideaaliresistiivisyydelle on

$$\rho_i(T) \approx 500\rho_i(\Theta_D) \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^5,$$

missä Θ_D on aineen Debye-lämpötila. Korkeissa lämpötiloissa voit olettaa, että resistiivisyys on suoraan verrannollinen lämpötilaan T . Hopean Debye-lämpötila on 225 K ja ideaaliresistiivisyys $1,50 \mu\Omega \cdot \text{cm}$ lämpötilassa 273 K. Näytteeseen on seostettu hieman kadmiumia, ja tiedetään, että yhden atomiprosentin seostussuhteella jäännösresistiivisyys on $0,40 \mu\Omega \cdot \text{cm}$. Näytteen resistanssisuhteeksi on saatu $R(273 \text{ K})/R(4,2 \text{ K}) = 17,5$. Laske kadmiumkonsentraatio kyseisessä näytteessä. Lauseke ja suuruusluokkarvio riittävät. (3p)

3. Selitä sanoin ja kuvin, mitä tarkoitetaan seostetuilla puolijohteilla ja miten ne eroavat itseispuolijohteista. Kerro sitten — edelleen kuvia apuna käyttäen — mikä on pn -liitos ja mihin sen toiminta perustuu. (6p)

4. Monet luonnon ytimistä ovat epästabiileja, minkä seurauksena ne voivat hajota spontaanisti sylkemällä ulos hiukkasia tai jopa suuria ytimen kappaleita ja muuttua itse jonkin aivan toisen alkuaineen ytimeksi. Tarkastellaan ydintä \ddot{A} , joka hajoaa tytärytimeksi T siten, että puoliintumisaika on $t_{1/2,\ddot{A}}$. Tytärydin hajoaa edelleen stabiiliksi ytimeksi S, ja tässä tapauksessa puoliintumisaika on $t_{1/2,T}$. Oletetaan, että alkuhetkellä $t = 0$ tutkittava näyte sisältää vain isotooppia \ddot{A} . Johda lausekkeet äiti- ja tytärytimien lukumäärille ajan funktiona, ja määritä se ajanhetki t_{\max} , jolloin tytärytimien T lukumäärä on maksimissaan. (6p)
5. Viimeistä päivää -lehden tiedetoimittaja on päättänyt kirjoittaa lehden seuraavaan numeroon kattavan ja syvämietteisen artikkelin aineen rakenteesta. Toimittajan fysiikantiedot eivät ole kuitenkaan kovin kehuttavat, sillä hän on käynyt vain neljä luokkaa kansakoulua ja työskennellyt sen jälkeen pääasiassa mainosalalla. Satut samaan aikaan baariin toimittajan kanssa ja kuultuaan, että olet suorittanut fysiikan kurssija ihan yliopistotasolla saakka, toimittaja pyytää sinua kommentoimaan artikkelin nykyversiota. Luettuasi artikkelin huomaat, että juttu vaatii vielä hieman laittamista. Selitä toimittajalle aluksi lyhyesti ja ytimekkäästi, minkälaisia olo- ja ilmenemismuotoja luonnossa esiintyvällä aineella on nykytietämyksen mukaan.

Toimittaja innostuu vakuuttavasta selvityksestäsi kiteisestä kiinteästä aineesta (tai sitten tarjoamistasi tuopeista) ja haluaa sisällyttää tarinasi sellaisenaan reportaasiinsa. Muokkaa vastauksesi sellaiseen muotoon, että lehden lukijat oppivat jotain uutta kiinteän aineen fysiikasta. Ota esimerkeiksi ruokasuola, sormuksessa oleva timantti sekä kattopelti ja selosta, miten ne pysyvät koossa sekä miten ne eroavat toisistaan fysikaalisilta ominaisuuksiltaan.

Lopuksi pitäisi lukijoille kertoa jotain, mistä he eivät ole aikaisemmin kuulleet puhuttavankaan. Valitse jokin aihepiireistä hiilen nanoputket, nestekiteet tai kolloidit ja kerro lyhyesti mutta iskevästi, mistä on kyse sekä missä tällaisia aineita tulee vastaan. (6p)