

Hakola, Kurki-Suonio

Kurssin voi suorittaa vaihtoehdon A tai B mukaisesti.

Vaihtoehto A: vastaan **jokaiseen** tehtävään; kurssiarvosanani määräytyy tämän tentin perusteella eikä laskuharjoituspisteitä oteta huomioon.

Vaihtoehto B: vastaan valintani mukaan korkeintaan **neljään** tehtävään; kurssiarvosanani määräytyy sekä tämän tentin että laskuharjoituspisteitteni perusteella.

Kirjoita jokaiseen palauttamaasi paperiin, kumman vaihtoehdon olet valinnut! Mikäli tämä ei käy selvästi ilmi tai vaihtoehdosta B huolimatta vastaat viiteen tehtävään, koe arvostellaan vaihtoehdon A mukaisesti. Kokeessa ei saa käyttää laskinta eikä mitään apumateriaalia.

1. Tarkastellaan kuvassa 1 esitettyä, V_0 :n korkuista yksiulotteista potentiaaliporrasta, johon osuu vasemmalta tuleva vapaiden hiukkasten vuo (hiukkasen massa m). Kirjoita ja ratkaise ajasta riippumaton Schrödingerin yhtälö kussakin fysikaalisesti erilaisessa alueessa, kun hiukkasen kokonaisenergia on $E > V_0$.

Kurssilla on potentiaaliportaan yhteydessä puhuttu paljon todennäköisyysvirrasta (ja sen itseisarvosta, todennäköisyysvuosta). Todennäköisyysvirran lausekkeeksi on saatu

$$j(x) = \frac{\hbar}{2im} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \psi \right).$$

Määritä tämän avulla, kuinka suuri osuus tulevasta aallosta heijastuu portaasta ja kuinka suuri osuus menee läpi — eli laske heijastus- ja transmissiokertoimet tulevalle aallolle. Miten nämä kertoimet muuttuvat, jos olisikin $E < V_0$? (8p)

2. Tarkastellaan tässä tehtävässä α -hiukkasten siroamista ohuesta kultakalvosta.
 - a) Mitä tarkoitetaan reaktion vaikutusalalla ja miten se määritellään? Entä mitä differentiaalinen vaikutusala kertoo meille? (2p)
 - b) Coulombin sironnassa — josta α -hiukkasten siroaminen kulta-atomeista on mainio esimerkki — on differentiaalisen vaikutusalan lausekkeeksi saatu

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{z^2 Z^2 e^4}{64\pi^2 \epsilon_0^2 m^2 v_0^4 \sin^4 \frac{\theta}{2}},$$

missä z on siroavan hiukkasen ja Z kohtioatomin järjestysluku, e on alkeisvaraus, ϵ_0 tyhjän permittiivisyys, v_0 hiukkasen nopeus ennen sirontaa ja θ sirontakulma. Hahmottele kuva Coulombin sironnan geometriasta ja kerro, mitä kaikkia oletuksia ja välivaiheita vaikutusalan lausekkeen johtamiseen liittyy? (2,5p)

- c) Energialtaan 5 MeV:n α -hiukkasten suihku osuu $1 \mu\text{m}$:n paksuiseen kultakalvoon. Hiukkasvirta on 1 nA. Kuinka monta hiukkasta siroaa sekunnissa kulmiin, jotka ovat suurempia kuin 60° ? Kullan atomimassa on 197 u, järjestysluku $Z = 79$ ja tiheys 19 g/cm^3 ; α -hiukkaselle puolestaan $z = 2$ ja $m \approx 4 \text{ u}$. Lauseke ja suuruusluokka-arvio riittävät vastaukseksi. (3,5p)
3. Vetyatomin ominaistilojen aaltofunktioiden on todettu riippuvan kolmesta kvanttiluvusta ts. aaltofunktion voi kirjoittaa muodossa $\psi = \psi_{nlm_l}(r, \theta, \phi)$.
 - a) Mitä asioita tai ominaisuuksia kukin näistä kvanttiluvuista paljastaa vetyatomista? Mitä voit sanoa ominaistilojen energiasta ja sen riippuvuudesta eri kvanttiluvuista? (2p)
 - b) Mitä tarkoitetaan tässä yhteydessä energiatilojen degeneraatiolla? Kuinka suuri tämä degeneraatio on vetyatomissa? Mikä vaikutus spinillä on asiaan? Mitä degeneraatiolle tapahtuu, jos vetyatomi joutuu magneettikenttään? (3p)

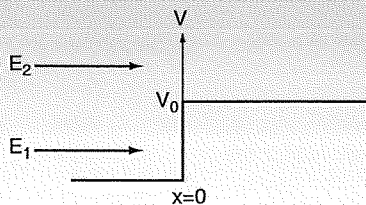
- c) Piirrä energiatasokaaviot vetyatomin tiloille $3d$ ja $2p$. Tarkastele erikseen tilannetta ilman ulkoista magneettikenttää sekä tapauksia, joissa magneettikentän voimakkuus on $0,1 \text{ T}$ ja 10 T . (3p)
4. Tarkastellaan fosforiatomia (P), jonka järjestysluku on $Z = 15$. Määritä fosforin elektronikonfiguraatio sekä piirrä näkyviin kaikki eri tavat, joilla elektronit voivat asettua uloimmalle, osittain täynnä olevalle orbitaalille. Totea, että näitä vaihtoehtoja löytyy 20 kpl — ja kaikilla niistä elektronikonfiguraatio on sama!
- Määritä kokonaisratakulmaliikemäärän ja $-$ spinin kvanttilukujen l ja s mahdolliset arvot. Merkitse piirroksesi, mikä $l-s$ -yhdistelmä liittyy kuhunkin vaihtoehtoon sijoittaa elektronit uloimmalle orbitaalille. Määritä myös kokonaiskulmaliikemäärän j mahdolliset arvot. Mikä näin saaduista lukuisista (l,s,j) -yhdistelmistä vastaa fosforin perustilaa? Mitä voit sanoa (l,s,j) -yhdistelmistä, jos tarkastellaankin sellaista fosforin virittyntä tilaa, jossa viimeinen elektroni löytyy tilalta $4s$? (8p)
5. Hahmottele kaksiatomisen molekyylin (kuten H_2 , N_2 , HCl tai CO) kokonaisenergian kuvaaja ytimien välisen etäisyyden r funktiona. Esitä piirroksessasi myös, miten perustilan ja virittyneiden tilojen kuvaajat eroavat toisistaan. Miten molekyylin pyöriminen ja/tai värähtely näkyy kuvaajasasi? Mitä voit sanoa transitoista eri energiatilojen välillä ja miten kaikki yllä oleva näkyy molekyylin emissio- ja absorptiospektreissä?
- Kerro lopuksi, miten esimerkkimolekyylit H_2 , N_2 , HCl ja CO pysyvät kasassa. Miksi H_2 :n ja HCl :n absorptiospektrit ovat hyvin erilaisia — varsinkin kun tarkastellaan vain pyörimistä ja värähtelyä? (8p)

Aputietoja:

$$\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$$

$$d\Omega = \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

$$e \approx 2 \cdot 10^{-19} \text{ C}, 1/(4\pi\epsilon_0) \approx 9 \cdot 10^9 \text{ JmC}^{-2}, 1 \text{ u} \approx 2 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, N_A \approx 6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$



Kuva 1: Potentiaaliporras.