

Teknillinen korkeakoulu

Mat-1.1110 Matematiikan peruskurssi C1

Hakula/Byckling

1. välikoe, syksy 2009, 13.10.2009

Laskin sallittu. Jokainen tehtävä on kuuden pisteen arvoinen. Osatehtävien painoarvo on yhtäsuuri ellei painoja ole erikseen annettu.

Tehtävät

1. Etsi luvun a kertolaskun käänteisalkio tai -alkiot a^{-1} , jos olemassa, annetussa joukossa

a) $a = 13 + 10i$; \mathbb{C} b) $a = 3$; \mathbb{Z}_7 c) $a = 2009$; \mathbb{Z}_8 .

2. Olkoon

$$A = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\} \subset \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$$

ja relaatio \sim määritelty A :ssa s.e. $(a, b) \sim (c, d)$, jos ja vain jos $ad = bc$. Osoita, että \sim on ekvivalenssirelaatio.

3. Ratkaise kongruenssiyhtälö

$$1310x \equiv 2009 \pmod{2011}.$$

4. Olkoon $G = (V, E)$ graafi, jossa on $2k$ solmua ($k \in \mathbb{N}$) ja jolla ei ole täydellistä graafia K_3 aligraafina. Todista induktiolla, että G :n sivujen lukumäärä on enintään k^2 . Anna esimerkki graafista, jossa yläraja saavutetaan.