

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin kysytyt tiedot!

Koulutusohjelmalyhenteet: AUT, BIO, EST, GMA, INF, KEM, KON, KTA, MAK, MAR, PUU, RYK, TFY, TLT, TIK, TUO

1. Olkoon  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  ehdon

$$z = x + iy \mapsto x^3 + i(1 - y)^3$$

määräämä kuvaus. Määrää ne kompleksitason pisteet  $z$ , joissa  $f$  on

- derivoituva,
  - analyyttinen.
  - Määrää funktion  $f$  derivaatta  $f'(z) \in \mathbb{C}$  niissä kompleksitason pisteissä, joissa se on olemassa.
2. Etsi Möbius-kuvaus, joka kuvaa alueen  $\{z \in \mathbb{C} \mid |z - 1| < 1\}$  alueeksi  $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re} z > 1\}$ .
3. Määrää funktion

$$f : f(z) = \oint_{\gamma} \frac{2w^2 - w - 1}{w(w - z)e^{\pi i(w-1)}} dw$$

arvo pisteissä

- $z = 1$
- $z = 2$
- $z = 4$

kun integrointi tehdään pitkin polkua  $\gamma$ , joka parametrisoi ympyrän

$$S(0, 3) = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 3\}$$

yhden kerran positiiviseen kiertosuuntaan.

4. Muodosta kaksi muuttujan  $z$  potenssien mukaan etenevää sarjakehitelmää ehdon

$$z \mapsto \frac{1}{z(1 + z^2)}$$

määräämälle funktiolle  $f$ . Missä ne ovat voimassa?