Teknillinen korkeakoulu
Mat-1.1110 Matematiikan peruskurssi C1
1 mellanförhöret, hösten 2009, 13.10.2009

Hakula/Byckling

En räknare är tillåten. Varje uppgift är värd sex poäng.

Uppgifter

1. Bestäm det inversa elementet eller de inversa elementen a^{-1}, om de finns, av talet a med avseende å multiplikation i den givna mängden

   a) $a = 13 + 10\,i;\ \mathbb{C}$ b) $a = 3;\ \mathbb{Z}_7$ c) $a = 2009;\ \mathbb{Z}_8$.

2. Låt
$$A = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\} \subset \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$$
och definiera relationen $\sim$ i A så att $(a, b) \sim (c, d)$ om och endast om $ad = bc$. Visa att $\sim$ är en ekvivalensrelation.

3. Lös kongruensekvationen
$$1310x \equiv 2009 \pmod{2011}.$$

4. Låt $G = (V, E)$ vara en graf i vilken det finns $2k$ noder ($k \in \mathbb{N}$) och som inte har den kompletta grafen K_3 som sin delgraf. Bevisa med induktion att antalet bågar (kanter) i grafen G är högst k^2. Ge ett exempel på en graf där denna övre gräns uppnås.