

## AS-84.3125 Estimointi- ja sensorifuusiomenetelmät (3 p) *Estimation and sensor fusion methods*

Tentti/Exam 26.10.2009

Tentissä saa käyttää opintojaksolla jaettua kaavakokoelmaa.

*It is allowed to use the delivered Collection of important formulas for this course.*

1. Tarkastellaan yhtä mittautta  $z$  tuntemattomasta vakioparametrista  $x$ .  
*Consider one measurement  $z$  of an unknown constant parameter  $x$ .*

$$z = 3x + w$$

Oletetaan että  $w$  on normaaliseesti (Gaussisesti) jakautunut, odotusarvo on nolla, varianssi  $P_{zz}$ . Johda parametrille  $x$  ML-estimaattori. Miten luonnehtisit LS ja ML estimaattoreita ja niiden välisiä suhteita?

*Let's assume that  $w$  is has Gaussian pdf with mean zero and covariance  $P_{zz}$ . Find ML estimator for the parameter  $x$ . How could you characterize LS and ML estimators and the relations between them?*

(6 p)

2. Suunnittele diskreetti laajennettu Kalmansuodin traktorille, jonka jatkuva-aikaisessa mallissa tiloina ovat 2D-paikka, ajosuunta  $\theta$  ja ohjauskulma  $\alpha_F$ .  
*Find a discrete extended Kalman filter for a tractor having the following continuous time mode, in which 2D-position, heading angle  $\theta$  and steering angle  $\alpha_F$  are state variables*

$$\dot{x}_R = v_R \sin(\theta)$$

$$\dot{x}_R = v_R \cos(\theta)$$

$$\dot{\theta} = \frac{1}{a} v_R \tan(\alpha_F)$$

$$\dot{\alpha}_F = \omega_F$$

jossa input -suureina  $v_R$  nopeus ja  $\omega_F$  ohjauskulman kulmanopeus;  $a$  on vakio. Paikka pystytään mittamaan huonohkolla GPS – laitteella ja ajosuunta pystytään mittamaan huonolla kompassilla. Mittausvirheet oletetaan Gaussisesti jakautuneiksi

*As inputs,  $v_R$  is velocity,  $\omega_F$  is the angular velocity of the steering angle;  $a$  is constant. The position is measured with a standard poor GPS and the heading angle with a low cost compass, both disturbed with Gaussian distributed noise.*

Diskretoinnin voi tehdä Eulerin menetelmällä, jonka voi johtaa suoraan derivaatan määritelmästä. *The system can be discretized with Euler method, which can be reasoned on the basis of definition for derivative.*

$$\dot{x} = f(x, u, t) \approx \frac{x(k+1) - x(k)}{T}$$

(6 p)

3. Selosta estimoinnin perusyhtälön (Fundamental Equation of Estimation) merkitys Kalman-suodattimen yhteydessä.  
*Explain the meaning of the Fundamental Equation of Estimation in connection of Kalman -filter.* (6 p)
4. a) Milloin kannattaa käyttää informaatiomuotoista Kalmansuodatinta, milloin 'tavallista' formulointia ?  
*a) In what cases it is beneficial to use Information filter? in what cases 'normal' Kalman filter?* (2 p)
- b) Miksi Kalman suodattimessa a posteriori kovarianssi on aina 'pienempi' kuin a priori kovarianssi?  
*b) Why a posteriori covariance is always 'smaller' than a priori covariance in Kalman filter?* (2 p)
- c) Mitä tarkoittaa residuaali ?  
*What is the meaning of the residual?* (2 p)
5. Miksi epälineaarissa järjestelmissä implementoidut tilaestimaattorit ovat lähes aina vain approksimaatioita optimaalisista tilaestimaattoreista?  
*Why, in cases of nonlinear systems, the implemented state estimators are almost always only approximations of the optimal state estimators?* (6 p)