



Kokeessa saa käyttää laskimia.

Jokainen tehtävä on kuuden pisteen arvoinen. Moniosaisten tehtävien osien arvot ovat yhtäsuuret ellei erikseen mainita.

## Tehtävät

TEHTÄVÄ 1 Laske sen kappaleen tilavuus, jota rajoittavat pinnat

$$x = 0, x = 31, y = 0, y = 3, z = 0, z = \frac{2008}{(x+1)^2(y+1)^2}.$$

TEHTÄVÄ 2 Tutki seuraavien positiivikertoimisten sarjojen suppenemista sopivien testien avulla. Vastauksesta tulee selvitä myös käytetty testi.

(a)  $\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1+k}{2+k^2}\right)^2$ ,                      (b)  $\sum_{k=1}^{\infty} k^2 \sin \frac{\pi}{2^k}$ ,                      (c)  $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k \ln k}$ .

TEHTÄVÄ 3 Kappaleen jäähtyminen tapahtukoon Newtonin jäähtymislain mukaisesti:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_0),$$

missä  $t$  on aika,  $T$  kappaleen lämpötila,  $T_0$  ympäristön muuttumaton lämpötila ja  $k$  kappaleelle ominainen vakio. Olkoon  $k = 0.02s^{-1}$  ja  $T_0 = 10^\circ$ . Olkoon kappaleen lämpötila tarkastelun alkuhetkellä  $T(0) = 60^\circ$ . Laske kappaleen lämpötila yhden minuutin, kymmenen minuutin ja tunnin kuluttua.

TEHTÄVÄ 4 Etsi differentiaaliyhtälön

$$y'' - xy = 0$$

yleinen ratkaisu potenssisarjojen avulla.