

Mat-1.2600 Sovellettu todennäköisyyslaskenta A

1. välikoe 30.10.2009 / Mellin

Kirjoita **selvästi jokaiseen koepaperiin** seuraavat tiedot:

- Mat-1.2600 SovTnA 1. välikoe 30.10.2009
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
- nimikirjoitus

Sallitut apuvälineet: Funktiolaskin ja Mellinin kaava- ja taulukkokokoelmat.

Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta perustele ratkaisusi: pelkkä lukuarvo vastauksena ei anna pisteitä.

1. (a) A ja B pelaavat peliä, jossa koostuu eristä. Todennäköisyys, että A voittaa erän on 0.6 ja todennäköisyys, että B voittaa erän on 0.4. Pelaaja, joka on ensin voittanut 5 erää, saa 100 €. Peli keskeytyy vaiheessa, jossa A on voittanut 3 erää ja B on voittanut 2 erää.

Kysymys 1: Mikä on todennäköisyys, että B saa luvatut 100 €, jos peliä jatketaan keskeytymistilanteesta seuraavana päivänä?

Kysymys 2: Mikä on reilu tapa jakaa voittosumma, jos peliä ei päästä jatkamaan?

- (b) Kalakaupassa on 12 osteria, joista 4:ssä on helmi. Valitset ostereista satunnaisesti 8 kappaletta.

Kysymys 1: Mikä on todennäköisyys, että valitsemistasi ostereista löytyy vähintään 2 helmeä?

Kysymys 2: Mikä on helmien lukumäärän odotusarvo valitsemiesi ostereiden joukossa?

2. Terästankojen pituudet vaihtelevat satunnaisesti noudattaen normaalijakaumaa parametrein $\mu = 1$ m ja $\sigma^2 = 0.0001$ m². Tankojen joukosta poimitaan satunnaisesti 20 kappaletta takaisinpanolla eli palauttaen.

- (a) Mikä on todennäköisyys, että otokseen poimittujen 20 tangon joukossa on korkeintaan yksi, jonka pituus on korkeintaan 0.99 m?
- (b) Mikä on odotusarvo niiden tankojen lukumäärälle otoksessa, joiden pituus on korkeintaan 0.99 m?

3. Tarkastellaan sarjaan kytkentää, joka koostuu 100 samanlaisesta komponentista. Oletetaan, että komponenttien toiminta-ajat ovat riippumattomia satunnaismuuttujia, jotka noudattavat eksponenttijakaumaa $\text{Exp}(1/\mu)$, jossa $\mu = 0.1$ vuotta.

- (a) Kysymys 1: Mitä jakaumaa noudattaa sarjaan kytkennän toiminta-aika?
Kysymys 2: Mikä on sarjaan kytkennän odotettavissa oleva toiminta-aika?
- (b) Oletetaan, että vikaantuneet komponentit korvataan välittömästi uusilla komponenteilla.

Mikä on todennäköisyys, että vuoden aikana vikaantuneiden komponenttien lukumäärä on pienempi kuin 981?

4. (a) Oletetaan, että satunnaismuuttujien X ja Y yhteisjakauma on kaksiulotteinen normaalijakauma. Oletetaan lisäksi, että muuttujan Y regressiofunktio muuttujan X suhteen on muotoa

$$4y = -8 - 9x$$

ja muuttujan X regressiofunktio muuttujan Y suhteen on muotoa

$$25x = -18 - 9y$$

Määrää satunnaismuuttujien X ja Y odotusarvot ja korrelaatio.

- (b) Heitetään virheetöntä noppaa kaksi kertaa (noppa on virheetön, jos sen jokaisella silmäluvulla 1, 2, 3, 4, 5, 6 on sama todennäköisyys tulla tulokseksi).

Olkoon

$$X = \text{tulos 1. heitosta}$$

$$Y = \text{tulos 2. heitosta}$$

$$U = XY$$

Määrää ehdollinen odotusarvo

$$E(X | U = 12)$$