

Kirjoita koepapereihin selvästi:

*(funktio)laskin sallittu*

- Mat-2.3139 Optimointioppi, tentti, 27.8.2009
- opiskelijanumero, sukunimi, etunimet
- koulutusohjelma (ei osasto), vuosikurssi
- nimikirjoitus

1. Määrittele seuraavat käsitteet täsmällisesti:

- a) konvekssi funktio, b) konvekssi kuori (convex hull), c) laskusuunta, d) aligradietti, e) epigraafi, ja f) suppenemisaste (order of convergence).

2. a) Esitä Weierstrassin ääriarvon olemassaoloa koskeva lause.

- b) Määrittele alitasojoukko (lower level set) ja esitä funktio (esim. piirtämällä), jonka kaikki alitasojoukot ovat konvekseja, mutta funktio  $f(x)$  ei ole konvekssi.

3. Tarkastellaan tehtävää

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} \quad & x_1 \\ \text{s.e.} \quad & (x_1 + 2)^2 + (x_2 - 4)^2 \leq 20 \\ & (x_1 + 2)^2 + x_2^2 \leq 20 \\ & x_1 \geq 0. \end{aligned}$$

Piirrä käypä joukko ja esitä tehtävän KKT-ehdot. Ratkaise tehtävä KKT-ehdoja käyttäen ja perustele jokainen työvaihe.

4. Johda seuraavan tehtävän Lagrangen duaalitehtävä

$$\begin{aligned} \min_{x_1, x_2} \quad & x_1^2 + x_2^2 \\ \text{s.e.} \quad & -x_1 - x_2 + 4 \leq 0 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

Piirrä ja ratkaise primaali- ja duaalitehtävät. Mitä huomaat primaalin ja duaalin optimin arvoista?

5. Johda primaali-duaali sisäpistemenetelmä lineaariselle tehtävälle. Esitä lineaarisen tehtävän

$$\begin{aligned} \min \quad & \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{s.e.} \quad & \mathbf{Ax} = \mathbf{b} \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0}. \end{aligned}$$

logaritminen estefunktioitehtävä ja kirjoita sen KKT ehdot. Ratkaise Newton askel tälle tehtävälle ja ratkaise saaduista yhtälöistä eksplisiittiset päivityssuunnat. Selosta lopuksi miten algoritmi pääpiirteissään toimii.