

Mat-1.1010 Peruskurssi L1

Välikoe 2 16.11.2009

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa ei saa käyttää laskinta. Koeaika on 3h.

1. Jos \vec{a} ja \vec{b} ovat lineaarisesti riippumattomat vektorit, niin millä t :n arvoilla $\vec{a} - t\vec{b}$ ja $t\vec{a} - 2\vec{b}$ ovat myös lineaarisesti riippumattomat?
2. Määritä polynomin $p(z) = z^4 - 6iz^2 - 13$ kaikki juuret (nollakohdat) kompleksiluvun perusmuodossa $x + iy$, missä x, y ovat tarkkoja geometrisia lukuja.
3. Määritä funktion $f(x, y, z) = x + 2y - 3z + z^2$ pienin ja suurin arvo
 - a) janalla, jonka päätepisteet ovat $(1, 1, 1)$ ja $(2, -1, 3)$,
 - b) joukossa $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 25, 0 \leq z \leq 2\}$.
4. Tarkastellaan parametrissa avaruuskäyrää $\vec{r}(t) = \vec{a} + \cos t \sin t \vec{b} + \alpha \cos^2 t \vec{c}$, $t \in \mathbb{R}$, missä $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = 6\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$ ja $\alpha \in \mathbb{R}$ on vakio, $\alpha \neq 0$.
 - a) Kyseessä on eräällä avaruustasolla T olevan käyrän S parametrisaatio. Mikä on T :n yhtälö perusmuodossa?
 - b) Eräillä α :n arvoilla S on avaruusympyrä. Millä arvoilla? Mikä on tällöin ympyrän keskipiste?

Trigonometrian kaavoja:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha, \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha, \quad \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$