

1. VÄLIKOE Vastaa kaikkiin tehtäviin.

Tehtävä 1. Tarkastellaan kahta urnaa, joissa kummassakin on 3 mustaa ja 5 valkoista kuulaa.

- (a) Poimitaan kummastakin urnasta yksi kuula. Mikä on todennäköisyys, että molemmat kuulat ovat mustia?
- (b) Poimitaan toisesta urnasta kaksi kuulaa. Mikä on todennäköisyys, että molemmat kuulat ovat mustia?

Tehtävä 2. Urnassa A on 4 valkoista ja 6 mustaa kuulaa, ja urnassa B on 6 valkoista ja 4 mustaa kuulaa. Nostetaan kummastakin urnasta umpimähkään yksi kuula sekä asetetaan urnasta A poimittu kuula urnaan B ja urnasta B poimittu kuula urnaan A. Nostetaan tämän jälkeen urnasta B umpimähkään kuula. Mikä on todennäköisyys sille, että nostettu kuula on valkoinen? Käytä ratkaisussa puuverkkoa.

Tehtävä 3. Olkoot X_1, X_2, \dots, X_n , $n = 10^4$, samoin jakautuneita ja riippumattomia satunnaismuuttujia odotusarvonaan 0, varianssinaan 1 ja jakaumista ei ole muuta tietoa. Määritellään uusi satunnaismuuttuja Y ottamalla keskiarvo edellä mainituista satunnaismuuttujista. Anna hyvä arvio todennäköisyydelle

$$\Pr(0 \leq Y \leq 1).$$

Vihje: Aloita tehtävän ratkaiseminen vaikka laskemalla satunnaismuuttujan Y odotusarvo ja keskihajonta.

Tehtävä 4. Vastaa kohtiin i) ja ii).

- i) Olkoot X ja Y kaksiulotteisia korreloimattomia satunnaismuuttujia. Ovatko ne välttämättä myös riippumattomia? (Perustele vastauksesi laskulla tai vastaesimerkillä.)
- ii) Olkoot $\Pr(A) = 0.6$ ja $\Pr(B) = 0.2$. Määritä tapahtuman $A \cup B$ todennäköisyys tai totea lähtöarvot mahdottomiksi, kun

- (a) A ja B ovat toisensa poissulkevia,
- (b) A ja B ovat riippumattomia,
- (c) $\Pr(A \cap B) = 0.3$,
- (d) $\Pr(A|B) = 0.6$,
- (e) $\Pr(B|A) = 0.6$,
- (f) $\Pr(A|B) = \Pr(B|A)$.