

Sallitut apuvälineet: kirjoitusvälineet ja graafinen laskin. Muun oman materiaalin tuominen ei sallittu.

Tämä on fysiikan kurssi, joten desimaalilleen oikeaa numeerista vastausta tärkeämpää on että osoitat ymmärtäneesi ongelman taustalla olevan fysiikan. Jokaista tehtävää kannattaa ainakin yrittää. Onnea!

1. Määrittele seuraavien termien merkitys mahdollisimman lyhyesti: a) Harmoninen värähtely b) Pakonopeus c) Poikittainen aaltoliike d) Carnot'n jäädytin e) Ominaislämpökapasiteetti ja f) Isokoorinen prosessi

Ratkaisu

a) Harmoninen värähtely: matemaattisesti yksinkertaisin värähtely, jossa palauttava voima on suoraan verrannollinen poikkeamaan tasapainoasemasta

b) Pakonopeus: nopeus, jolla kappale pakenee isomman kappaleen (maa, aurinkokunta) vetovoimakentästä. Nopeus, jolla kokonaisenergia ko. vetovoimakentässä ≥ 0

c) Poikittainen aaltoliike: aaltoliike, jossa väliaineen osaset siirtyvät **kohtisuoraan** aaltoliikkeen etenemissuuntaan nähden

d) Carnot'n jäädytin: teoreettinen yläraja jäädytyskoneen suorituskyvylle

$$K = \frac{|Q_C|}{|W|} = \frac{T_C}{T_H - T_C}$$

e) Ominaislämpökapasiteetti: verrannollisuuskerroin joka kuvaa materiaalin kykyä ottaa vastaan tuotua lämpöä ja siirtää se lämpötilansa muutokseen

$$c = \frac{1}{m} \frac{dQ}{dT}$$

f) Isokoorinen prosessi: prosessi joka suoritetaan vakio-tilavuudessa

2. Vastaa seuraaviin kysymyksiin lyhyesti, mutta täsmällisesti:
- (a) Miten voit määrittää kaukaisen kappaleen etäisyyden ja liiketilan ääniaaltojen avulla?
 - (b) Mikä on termodynamiikan 1. pääsääntö?
 - (c) Mihin perustuu hikoilun jäädyttävä vaikutus?

Ratkaisu

a) Käyttämällä kaikua. Lähetetään äänipulssi ja mitataan aika, mikä kuluu äänipulssin lähettämisen ja mitattavasta kohteesta takaisinheijastuneen ääniaallon välillä. Kun tunnetaan äänen nopeus väliaineessa niin kulkuajasta saadaan suoraan etäisyys.

$$2s = vt$$

Lisäksi kun mitataan heijastuneen pulssin taajuus ja verrataan sitä lähetetyn pulssin taajuuteen, saadaan Dopplerin siirtymän avulla mitattua kohteen liiketila (etääntykö vai lähestyykö) suhteessa lähettimeen.

$$f_L = \frac{v + v_L}{v + v_S} f_S$$

b) Termodynamiikan 1. pääsääntö: Eräs muoto energian säilymislaista

$$Q = \Delta U + W \text{ tai } \Delta U = Q - W$$

c) Hikoilun jäädyttävä vaikutus perustuu siihen, että hikipisaroiden (suurimmaksi osaksi vettä) haihtuessa iholta sitoutuu faasimuutokseen (neste \rightarrow kaasu) lämpöä. Tämä lämpö tulee iholta, eli iho jäähtyy (ja sitä kautta koko ruumis jäähtyy)

3. Laivan kaikuluotain lähettää ääniaaltoja 25.00 kHz:n taajuudella. Äänen nopeus vedessä on 1480 m/s. Kaikuluotain havaitsee merenpohjassa olevasta hylystä 25.35 kHz taajuisen signaaliheijastuman. Mikä on laivan nopeus?

Ratkaisu

Tässä on kyseessä kaksinkertainen Dopplersiirtymä. Ensiksi laivan liiketilan takia hylky havaitsee kaikuluotaimen äänen (taajuus f) dopplersiirtyneenä (taajuus f'). Hylky heijastaa tämän taajuuden takaisin laivaa kohti, joka havaitsee edelleen oman liiketilansa takia heijastuneen taajuuden uudelleen dopplersiirtyneenä (taajuus f'').

Dopplersiirtymän yhtälö on

$$f_L = \frac{v + v_L}{v + v_S} f_S,$$

missä alaindeksi L viittaa kuuntelijaan ja S lähteeseen.

Edellistä yhtälöä käytettäessä pitää etumerkit mennä oikein:

$$\begin{aligned} v_L > 0, & \quad \text{kun havaitsijan nopeuden suunta kohti lähdettä} \\ v_S > 0, & \quad \text{kun lähteen nopeuden suunta pois päin havaitsijasta} \end{aligned}$$

Aluksi hylky on havaitsija ja laiva lähettäjä: $v_L = 0$ ja $v_S = -v_0$, missä v_0 on laivan nopeus ja v on äänen nopeus väliaineessa. Tällöin hylky havaitsee taajuuden f' , s.e.

$$f' = \frac{v}{v - v_0} f$$

Sitten hylky toimii lähettäjä ja laiva havaitsijana: $v'_L = v_0$ ja $v'_S = 0$, jolloin laivan kuulema taajuus on

$$f'' = \frac{v + v_0}{v} f' = \frac{v + v_0}{v} \frac{v}{v - v_0} f = \frac{v + v_0}{v - v_0} f$$

Tästä saadaan ratkaistua nopeus v_0

$$\begin{aligned} f''(v - v_0) = f(v + v_0) & \implies v_0(f + f'') = v(f'' - f) \implies \\ v_0 & = v \frac{f'' - f}{f'' + f} = 10.29 \text{ m/s} \end{aligned}$$

4. 1000 kg painoinen satelliitti halutaan lähettää geostationaariselle ympyräradalle maan pinnan yläpuolelle. Geostationaarisella radalla satelliitin kiertoaika maan ympäri on sama kuin maan kiertoaika itsensä ympäri, joten satelliitti on koko ajan saman maanpinnan pisteen yläpuolella. Maan säde $R_E = 6380$ km ja massa $M_E = 5.97 \cdot 10^{24}$ kg. Yleinen gravitaatiovakio on $G = 6.67259 \cdot 10^{-11}$ Nm²kg⁻².

- (a) Muodosta satelliitin radallaan pitävä liikeyhtälö kun sen radiaalikihtyvyyys on mv^2/r .
 (b) Määritä satelliitin nopeus ja lentokorkeus.
 (c) Paljonko työtä pitää tehdä satelliitin saattamiseksi maan pinnalta kiertoradalle?

Ilmanvastuksen ym. kitkatekijät voi jättää huomiotta.

Ratkaisu

a) Huom! Tehtävänannossa on virhe. Radiaalikihtyvyyden pitäisi olla $\frac{v^2}{r}$. Tehtävästä voi saada täydet pisteet myös mikäli sen laskee käyttäen tehtävänannossa annettua kiihtyvyyttä (jossa ei siis yksikötkään täsmää). Koska satelliitti on ympyräradalla, on sen liikeyhtälössä ainoastaan radiaalikihtyvyyttä, jonka aiheuttaa satelliitin ja maan välinen gravitaatiovoima:

$$\sum F = ma_N = F_g \implies m \frac{v^2}{r} = G \frac{mM_E}{r^2}$$

b) Satelliitin nopeus radalla saadaan liikeyhtälöstä

$$m \frac{v^2}{r} = G \frac{mM_E}{r^2} \implies v = \sqrt{G \frac{M_E}{r}}$$

Lentokorkeuteen päästään kiinni kiertoaajan avulla, koska satelliitin kiertonopeus ympyräradalla $v = 2\pi r/T$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{GM_E}} = \frac{2\pi r^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{GM_E}} = 24 \text{ h} \implies$$

$$r^{\frac{3}{2}} = \frac{T\sqrt{GM_E}}{2\pi} \implies r = \left(\frac{T\sqrt{GM_E}}{2\pi}\right)^{\frac{2}{3}} = 42232375.12 \text{ m}$$

Tästä täytyy vielä vähentää maan säde, jotta saadaan lentokorkeus maan pinnasta

$$r_{\text{lopullinen}} = r - R_E = 35852.38 \text{ km} \approx 36 \cdot 10^3 \text{ km}$$

c) Ympyräradalla satelliitin kokonaisenergia on

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2}m \left(\frac{GM_E}{r}\right) - G \frac{mM_E}{r} = -G \frac{mM_E}{2r}$$

Maan pinnalla satelliitin kokonaisenergia on

$$E_1 = K_1 + U_1 = 0 - G \frac{mM_E}{R_E} = -G \frac{mM_E}{R_E}$$

Tarvittava työ on siten kokonaisenergioiden erotus

$$\begin{aligned} W = \Delta E = E_2 - E_1 &= -G \frac{mM_E}{2r} - \left(-G \frac{mM_E}{R_E}\right) = \\ &= -G \frac{mM_E}{2r} + G \frac{mM_E}{R_E} = GmM_E \left(\frac{1}{R_E} - \frac{1}{2r}\right) \\ &= 5.8 \cdot 10^{11} \text{ J} \end{aligned}$$

5. Myyntiesitteessä sanotaan pakastimen pakastustehon olevan 20 kg/vrk samalla kun sen sähköverkosta ottama teho on 90 W. Pakastusteho määritellään lämpömääränä mikä poistetaan vastaavasta määrästä vettä kun se jäähdytetään $+20\text{ °C} \rightarrow -18\text{ °C}$:seen yhden vuorokauden aikana. Pakastin käyttää työaineena ympäristöystävällisempää R134a-nimistä jäähdytysainetta, jonka kiehumislämpötila on -26.1 °C . Jäähdytysaine lauhdutetaan huoneenlämpötilassa 20 °C .

- Laske lämpövirta kun 20 kg vettä jäähdytetään $+20\text{ °C}$:sta -18 °C :seen yhden vuorokauden aikana.
- Mallinna pakastinta Carnot'n jäädyttimellä ja laske siitä edelliskohdan tilanteessa jäädyttämiseen tarvittava jäädytysteho.
- Arvioi pakastimen energiatehokkuutta sen ottotehon ja jäädytystehon avulla.

Pakastin on hyvin lämpöeristetty, eli sen lämpövuodot voi jättää huomiotta. Veden ominaislämpökapasiteetti on $4.19\text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$, jään ominaislämpökapasiteetti on $2.05\text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$ ja veden jäätymislämpö on 334 kJ/kg .

Ratkaisu

Huom! Englanninkielisessä tehtävänannossa on vakioiden numeroarvot väärin (kertaluokassa kirjoitusvirhe). Suomenkielisessä ne ovat oikein. Mikäli lasku suoritetaan englanninkielisen version lukuarvoilla, niin pakastimen hyötysuhde on noin 60 (90 W ottoteholla saadaan noin 5.2 kW jäädytysteho, mikä ei ole fysikaalisesti mahdollista). Täydet pisteet voi saada myös englanninkielisen version lukuarvoja käyttämällä.

a) Pakastimen siirtämä lämpövirta H on jäädyttämässä vapautuva lämpömäärä Q jaettuna siirtämiseen kuluvalle ajalle. Lämpömäärä Q on summa veden jäähtyessä ja jäätyessä sekä jään jäähtyessä vapautuvasta lämmöstä:

$$Q = Q_{\text{vesi}} + Q_{\text{jäätyminen}} + Q_{\text{jää}} = mc_1\Delta T_1 - mL_f + mc_2\Delta T_2 =$$

$$20\text{ kg} \cdot [4.19\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot (-20\text{ K}) - 334\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} + 2.05\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot (-18\text{ K})]$$

$$= -9094\text{ kJ}$$

Tästä edelleen saadaan lämpövirraksi:

$$H = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{-9094\text{ kJ}}{24 \cdot 60 \cdot 60\text{ s}} = -105.255\text{ J/s}$$

b) Mallinnetaan pakastinta Carnot'n jäädyttimellä, joka toimii $T_C = -26.1\text{ °C} = 247.05\text{ K}$ ja $T_H = 20\text{ °C} = 293.15\text{ K}$ välillä. Carnot'n jäädyttimen tehokerroin on

$$K = \frac{|Q_C|}{|W|} = \frac{T_C}{T_H - T_C}$$

toisaalta myös

$$Q_C = H\Delta t \text{ ja } W = P\Delta t \text{ joten } K = \frac{T_C}{T_H - T_C} = \frac{|Q_C|}{|W|} = \frac{H}{P}$$

josta saadaan ideaaliseksi jäähdystehoksi

$$P_{\text{ideal}} = H \frac{T_H - T_C}{T_C} = -19.64 \text{ W}$$

c) Jos pakastimen verkosta ottama teho on 90 W, josta se (ideaalitapauksessa) tarvitsee jäähdyttämiseen 19.64 W, niin sen hyötysuhde on

$$\frac{19.64 \text{ W}}{90 \text{ W}} = 0.22$$

eli se käyttää vajaan neljänneksen ottotehostaan jäädyttämistyöhön.