

Sallitut apuvälineet: kirjoitusvälineet ja graafinen laskin. Muun oman materiaalin tuominen ei sallittu.

Tämä on fysiikan kurssi, joten desimaalilleen oikeaa numeroista vastausta tärkeämpää on että osoitat ymmärtäneesi ongelman taustalla olevan fysiikan. Jokaista tehtävää kannattaa ainakin yrittää. Onnea!

1. Määrittele seuraavien termien merkitys mahdollisimman lyhyesti: a) kimoisa törmäys b) jäykkä kappale c) hitausmomentti d) vapaakkappalekuvio e) venymä ja f) konservatiivinen voima

Ratkaisu

- a) Törmäys, jossa kineettinen energia säilyy.
- b) Kappale, jolla on tietty muuttumaton koko ja muoto.
- c) Pyörimisliikkeen inertiaominaisuus, ts. ominaisuus, jolla kappale pyrkii vastustamaan muutoksia pyörimisliikkeessään.
- d) Kuvio, johon piirrettään vain tarkasteltava kappale ja kaikki siihen kohdistuvat voimat.
- e) Kappaleen muodonmuutos, kun siihen kohdistetaan jännitystä.
- f) Voima, jonka tekemä työ ei riipu kuljetusta reitistä.

2. Määrittele seuraavat fysikaaliset lait ja niiden merkitys lyhyesti, mutta täsmällisesti:
 - (a) Newtonin 2. laki
 - (b) Liikemääränsäilymisen laki
 - (c) Bernoullin laki

Ratkaisu

- a) Mikäli kappaleeseen kohdistuvien voimien summa ei ole 0, kappale on kiihtyvässä liikkeessä. Voimassa sellaisenaan vain inertialkoordinaatistossa.

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}$$

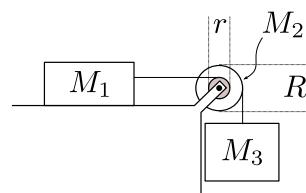
- b) Kun systeemiin ei vaikuta ulkoisia voimia, sen kokonaisliikemäärä on vakio. Voimassa, vaikka systeemissä olisi ei-konservatiivisia sisäisiä voimia, toisin kuin mekaanisen energian säilyminen.

$$\frac{d \vec{p}}{dt} = 0, \text{ kun } \sum \vec{F}_{ext} = 0$$

- c) Kun virtausputkelle johdetaan jatkuvuusyhtälö, todetaan massavirran olevan yleisessä tapauksessa vakio. Siitä edelleen lasketaan työ, joka tehdään kokoonpuristumattomalle väliaineelle ja saadaan energian säilymisen periaatteella paineen, virtausnopeuden ja potentiaalienergian välille yhteyks.

$$p + \rho gy + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{vakio}$$

3. Oheisessa massasysteemissä massat M_1 ja M_3 on kytketty toisiinsa herkkälükkeisen väkipyörän avulla. Massa M_1 on kytketty väkipyörän sisäkehälle narulla liukumattomasti (säde r) ja M_3 on kytketty väkipyörän ulkokehälle ($R = 5r$). Ajanhetkellä $t = 0$ M_3 päästetään putoamaan vapaasti. Määritä massojen M_1 ja M_3 kiihtyvydet. Väkipyörän sisäkehän vaikutus sen hitausmomenttiin voidaan olettaa merkityksellömäksi, jolloin sen hitausmomentti akselin suhteen on $\frac{1}{2}M_2R^2$, eikä myöskään kitkaa tarvitse ottaa huomioon.



Tehtävä 3

Ratkaisu

Valitaan positiivinen pyörimissuunta myötäpäivään. Tällöin positiivinen x-akselin suunta on oikealle ja positiivinen y-akselin suunta alas.

Liikeyhtälö kappaleelle M_1 : $\Sigma F_x = M_1 a_1 = T_1$

Liikeyhtälö kappaleelle M_3 : $\Sigma F_y = M_3 a_3 = -T_2 + M_{3g}$

Momenttivälinen yhtälö pyörälle M_2 : $\Sigma \tau = I\alpha = T_2R - T_1r$

Kulmakiertyvyyden ja kiihtyvyksien yhteys: $\alpha = \frac{a_1}{r} = \frac{a_3}{R}$

Edellisistä saadaan annetun hitaumomentin avulla ratkaistua:

$$a_1 = \frac{10M_3g}{50M_3 + 2M_1 + 25M_2}$$

$$a_3 = \frac{50M_3g}{50M_3 + 2M_1 + 25M_2}$$

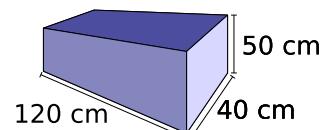
Ratkaisun saa myös energian säilymisellä seuraavista yhtälöistä:

$$m_3gx = \frac{1}{2}m_3v_3^2 + \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$x = \frac{1}{2}a_3 t^2 \text{ ja } v_3 = a_3 t \implies x = \frac{1}{2} \frac{v_3^2}{a_3}$$

$$\omega = v_1/r = v_3/R \text{ ja } \alpha = a_3/R = a_1/r$$

4. Oheinen lasista tehty akvaario on 50 cm korkea ja 40 cm leveä lyhyeltä sekä 120 cm pitkä pitemmältä sivultaan. Se on täytetty piripintaan vedellä (tiheys 1000 kg/m^3). Laske veden seinämiin kohdistama väantömomentti suhteessa seinämien alareunaan.



Tehtävä 4

Ratkaisu

Ilmanpaine vaikuttaa molemmille puolille lasia eli nettovoima aiheutuu vain nesteen painosta aiheutuvasta paineesta:

$$p(y) = \rho gy \quad (\text{Huomaa, että } y = 0 \text{ seinämän yläreunassa.})$$

Voiman ja paineen yhteys: $F = pA$

Momentti: $\tau = Fr_{\perp}$

Lasketaan edellisten avulla differentiaaliseen pinta-alaelementtiin dA kohdistuva momentti (seinämän leveys L, korkeus H):

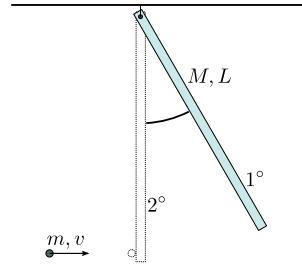
$$dF = pdA = \rho gyLdy$$

$$d\tau = dFr_{\perp} = \rho gyLdy(H - y) = \rho gL(Hy - y^2)dy$$

$$\tau = \rho gL \int_0^H (Hy - y^2)dy = \rho gL \frac{H^3}{6}$$

Momentti sivulle 1 on noin 245N ja sivulle 2 noin 82N.

5. Oheisessa kuvassa katosta roikkuu palkki ($M = 15 \text{ kg}$, $L = 60 \text{ cm}$). Aluksi palkki käännetään asentoon 1° ja sitten ammutaan luoti (massa $m = 15 \text{ g}$) nopeudella 700 m/s . Palkki päästetään pyörähtämään takaisin siten, että kun se on pystysuorassa (asento 2°) sen ulkoreuna törmää luotiin. Kuinka monta astetta sitä pitää käntää että törmäyksen seurauksena palkki+luoti -yhdistelmä pysähtyy paikalleen? Palkin hitausmomentti sen päässä olevan akselin suhteen on $\frac{1}{3}ML^2$.



Tehtävä 5

Ratkaisu

Lasketaan pyörimismäärit palkin kiinnistyskohdan suhteeseen. Positiivinen suunta vastapäivään.

Luodin pyörimismääritä ennen törmäystä: Lmv

Palkin pyörimismääritä ennen törmäystä: $-I\omega$

Palkin kulmanopeus ω saadaan energian säilymisestä: $Mgh = \frac{1}{2}I\omega^2$

Edellisessä massakeskipisteen putoama matka: $h = \frac{L}{2} - \frac{L}{2}\cos\theta = \frac{L}{2}(1 - \cos\theta)$

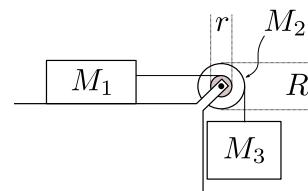
Pyörimismääritä säilyy törmäyksessä. Pyörimismäärien summan täytyy olla 0, koska systeemi pysähtyy: $Lmv - I\omega = 0 \implies Lmv = I\omega$. Tästä ratkaistaan:

$$\cos\theta = 1 - \frac{3m^2v^2}{M^2lg} \implies \theta \approx 41.3 \text{ astetta}$$

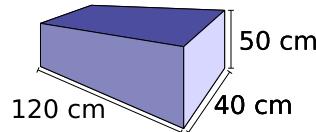
Allowed material: writing implements and a graphical calculator. You are not allowed to use any other material.

This is a physics course, so it is more important that you demonstrate that you understand the underlying physics than get a numerical answer that is perfect down to the last digit. It is worth to try every question. Good luck!

1. Define the following terms with as few words as possible a) b) rigid body c) moment of inertia d) free body diagram e) strain and f) conservative force
2. Define the meaning of the following physical laws briefly but precisely
 - (a) Newton's 2nd law
 - (b) Conservation of momentum
 - (c) Bernoulli's law
3. Two masses M_1 and M_3 are coupled together with pulley. The mass M_1 is connected to the inner radius (r) of the pulley with a non-slipping cord and M_3 is connected to the outer circle of the pulley ($R = 5r$). At $t = 0$ M_3 is released. Determine the accelerations of both masses M_1 and M_3 . We may neglect the effect of inner radius of the pulley to its moment of inertia, which implies that its moment of inertia with respect to its axle is given by $\frac{1}{2}M_2R^2$. You may also neglect the friction.
4. An aquarium is made of glass. It is 50 cm high, 40 cm deep and 120 cm wide. It is fully filled with water (density 1000 kg/m^3). Calculate the torque applied on the walls of the aquarium by the water, with respect to the bottom side of the walls.

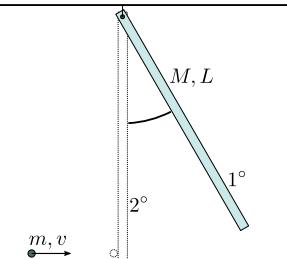


Tehtävä 3



Problem 4

5. A beam ($M = 15 \text{ kg}$, $L = 60 \text{ cm}$) is hanging from the ceiling. At the beginning, the beam is turned to position 1° and a bullet (mass $m = 15 \text{ g}$) is fired with a velocity 700 m/s . The beam is dropped so that when it has turned to vertical position (2°), the bullet strikes its outer rim. How many degrees must the beam be turned, so that upon impact both the door and the bullet would stop? The moment of inertia of the beam for an axis through its end is $\frac{1}{3}ML^2$.



Problem 5