

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

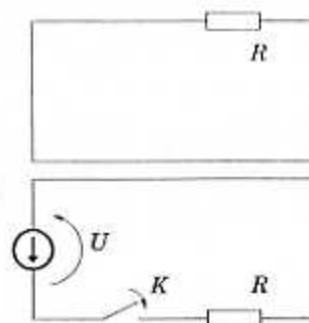
$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

— Laske tehtävät 1 + 2 eri papereille kuin tehtävät 3 + 4. —
TASKULASKIN SALLITTU, EI APUKIRJALLISUUTTA.

1.

(a) Oheisessa kuvassa kytkin K suljetaan tietyllä hetkellä. Mihin suuntaan lähtee virta kulkemaan ylemmässä piirissä, myötä- vai vastapäivään? Miten tämä virta käyttäytyy ajan funktiona sulkemishetken jälkeen?



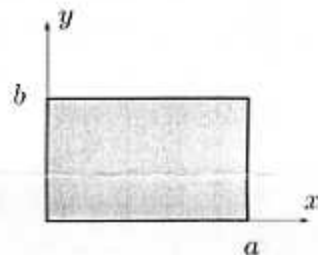
(b) Tasa-aallon sähkökenttä on $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = (b\mathbf{u}_x + ja\mathbf{u}_y)e^{-jkz}$ missä a , b ja k ovat reaalisia ja positiivisia. Mikä on aallon polarisaatio? Kirjoita reaalinen, ajastariippuva kenttäfunktio $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$.

2. Tasaaalto tulee ilmasta kohtisuorasti dielektrisen (epämagneettisen, häviöttömän) aineen rajapintaan. Tehosta heijastuu takaisin ilmaan neljäsosa. Kuinka suuri on läpäisseen aallon aallonpituus, kun tulevalla aallolla aallonpituus on 1 m? (Aallonpituus määritellään matkana, jolla vaihetekijä on kasvanut 2π :n verran.)

3. Suorakulmaisessa johdereunaisessa aaltoputkessa, jonka poikkileikkaus on $a \times b$, etenee TE_{10} -aaltomuoto. Kuten varmaankin muistat, sen sähkö- ja magneettikenttävektorit ovat

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{u}_y E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \left(-\mathbf{u}_x \frac{\beta}{\omega\mu} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) + \mathbf{u}_z \frac{j\pi/a}{\omega\mu} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \right) E_0 e^{-j\beta z}$$



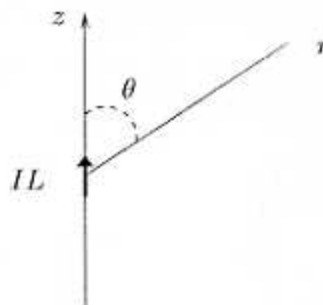
alueessa $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$, $-\infty \leq z \leq \infty$. Tässä E_0 on reaalinen sähkökentän huippuarvoamplitudi ja β on aallon etenemiskerroin.

Laske aaltoputkessa etenevä teho. Mihin suuntaan se kulkee?

4. Hertzin dipolin, joka sijaitsee origossa ja jonka virtasuunta on z , säteilemä magneettikenttä homogeenisessa avaruudessa pallokoordinaatiston pisteessä (r, θ, φ) on:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = jk IL \sin\theta \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \left(1 + \frac{1}{jkr} \right) \mathbf{u}_\varphi$$

ja jossa IL on dipolin virtamomentti. Laske sähkökenttä $\mathbf{E}(\mathbf{r})$.
Vihje: Maxwellin yhtälöistä: $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + j\omega\mathbf{D}$.



- (a) Harjoituskirjan tehtävä 7.2.
(b) Harjoituskirjan tehtävä 8.5.b.
- Ilman aaltoimpedanssi on η_0 ja dielektrisen aineen $\eta = \eta_0/\sqrt{\epsilon_r}$. Silloin tehoheijastus on

$$|R|^2 = \left(\frac{\eta - \eta_0}{\eta + \eta_0} \right)^2 = \left(\frac{1 - \sqrt{\epsilon_r}}{1 + \sqrt{\epsilon_r}} \right)^2 = 0,25$$

josta saadaan kaksi mahdollisuutta: $\epsilon_r = 9$ tai $\epsilon_r = 1/9$. Koska aallonpituus on $2\pi/k$, eli kääntäen verrannollinen $\sqrt{\epsilon_r}$:ään, on läpäisseen aallon aallonpituus ensimmäisessä tapauksessa $1/3$ m ja jälkimmäisessä tapauksessa 3 m. (Jälkimmäinen tapaus on tosin hiukan harvinaisen, sillä yleensä pätee $\epsilon_r \geq 1$.)

- Katso oppikirjan sivut 115–116, siellä laskettu. Siis Poyntingin vektoria integroidaan poikittaistason pisteiden yli $+z$ -suuntaan. Huomaa, että magneettikentän pitkittäiskomponentti on 90 asteen vaihesiirrossa poikittaissähkökenttään nähden, joten sen ristitulo sähkökentän kanssa on puhtaasti imaginaarinen, eli ei anna osuutta etenevään tehoon. Teho kulkee positiivisen z -akselin suuntaan ja tehon lauseke on

$$\frac{\beta}{\omega\mu} E_o^2 \frac{ab}{4}$$

- Harjoituskirjan tehtävä 10.7.b. Katso esimerkiksi Henrikin perusteellinen ratkaisu

<http://www.tkk.fi/Yksikot/Sahkomagnetiikka/kurssit/S-96.1121/dynisdemo.pdf>