

Merkitse paperiin selvästi (A/B) haluatko opintosuorituksen A) uudella koodilla 38.3143 (5 ETCS pt) vai B) vanhalla koodilla 38.143 (3 ov).

1. Olkoon  $X$  eksponentiaalisesti jakautunut satunnaismuuttuja. Tekemättä mitään laskuja kerro, mikä seuraavista kolmesta väitteestä on tosi. Perustelee.
  - a)  $E[X^2|X > 1] = E[(X + 1)^2]$
  - b)  $E[X^2|X > 1] = E[X^2] + 1$
  - c)  $E[X^2|X > 1] = (1 + E[X])^2$
2. Kaupan sisäänkäynnissä on liukuovi. Oven avaantumiseen siitä, kun asiakas saapuu suljetun oven eteen, kuluu  $S$  sekuntia. Tänä aikana oven eteen muodostuu jonoa. Kun ovi on auennut, menevät jonoon kertyneet asiakkaat ovesta yhtäaikaan. Oven sulkeva ajastin nolautuu aina, kun asiakas kulkee ovesta, ja ovi sulkeutuu, jos  $T$  sekuntiin ei asiakkaita ole saapunut.  $S$  ja  $T$  ovat annettuja vakioita. Asiakkaiden saapumisten väliajat noudattavat  $\text{Exp}(\lambda)$ -jakautumaa.
  - a) Mikä on yhdellä avauksella ovesta kulkevien asiakkaiden keskimääräinen lkm.?
  - b) Millä todennäköisyydellä asiakas joutuu jonottamaan?
3.
  - a) Mitä systeemiä Erlangin kaava koskee ja millaisin oletuksin se on voimassa?
  - b) Johda Erlangin kaava.
  - c) Miten Erlangin kaavan mukainen lauseke (Erlangin funktio) voidaan laskea rekursiivisesti? Laske  $E(4,4)$ .
4. Autoja saapuu palvelupisteeseen Poisson-prosessin mukaisesti keskimääräisellä nopeudella 4 autoa tunnissa. Kussakin autossa on 1, 2, tai 3 asiakasta todennäköisyyksillä  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ . Kunkin asiakkaan palveluaika on eksponentiaalisesti jakautunut keskiarvolla 3 min. Laske asiakkaan keskimääräinen odotusaika. Ohje: Kunkin ryhmän ensimmäisen asiakkaan keskimääräinen odotusaika voidaan selvittää tarkastelemalla sopivaa  $M/G/1$ -jonoa. Tutki erikseen odotusaikaa ryhmän sisällä.
5. Symmetrisessä suljetussa jonoverkossa on 3 solmua (jonoa), joiden kaikkien palvelunopeus on  $\mu = 1\text{s}^{-1}$ . Jonosta poistuva asiakas siirtyy jompaankumpaan kahdesta muusta jonosta yhtä suurilla todennäköisyyksillä. Verkossa on  $K = 10$  asiakasta. Mikä on asiakkaan keskimääräinen viipymä  $\bar{T}$  solmussa ja kuinka suuri asiakasvirta  $\lambda$  kulkee kunkin solmun läpi?