Matematiikan laitos
Teknillinen korkeakoulu

Arponen/Perkkiö

Mat-1.1720 Matematiikan peruskurssi V2

2. välikoe 31.8.2009

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Tutkinto-ohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KTA, KON, MAR, MTE, PUU, RRT, TFM, TIK, TLT, TUO, YYT.

Kokeessa saa käyttää ylioppilaskirjoituksissa sallittua laskinta, ei muita apuvälineitä. Koeaika on 3h.

1. (Ad 12.Rev.11) Katsotaan funktiota

$$f(x, y, z) = x^2y + yz + z^2.$$

   (a) Laske f:n suunnattu derivaatta suuntaan $\mathbf{i} + \mathbf{k}$ pisteessä $\mathbf{a} = (1, -1, 1)$.

   (b) Muurahainen kävelee pitkin tasoa $x + y + z = 1$ pisteen $\mathbf{a}$ kautta. Se kävelee pitkin reittiä jossa f =vakio. Mihin suuntaan se on menossa kohdassa $\mathbf{a}$?

   (c) Toinen muurahainen kävelee samalla tasolla $x+y+z = 1$ pisteen $\mathbf{a}$ kautta. Se kävelee pitkin reittiä jossa f kasvaa mahdollisimman nopeasti. Mihin suuntaan se on menossa kohdassa $\mathbf{a}$?

2. (Ad 13.3.14) Etsi funktion $f(x, y, z) = x + y^2z$ maksimi- ja minimiarvot alueessa jonka määräävät rajoitusehdot $y^2 + z^2 = 2$ ja $z = x$.

   (a) Kirjoita tehtävän Lagrangen funktio.

   (b) Etsi minimi- ja maksimiarvot.

3. (Ad 14.6.17) Laske tilavuus kappaleelle jonka rajoittavat paraboloidit
$z = 10 - x^2 - y^2$ ja $z = 2(x^2 + y^2 - 1)$.

4. (Ad 15.3.8) Laske

$$\int_C \sqrt{1 + 4x^2z^2}\,ds$$

jossa C on avaruuskäyrä joka määräytyy pintojen $x^2 + z^2 = 1$ ja $y = x^2$ leikkauskäyränä.