

Mat-1.1020 Peruskurssi L2

Tentti 29.10.2009

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa ei saa käyttää laskinta. Koeaika on 4h.

1. Laske tarkka arvo integraalille

$$\int_0^{\infty} \frac{e^x}{e^{2x} + 1} dx.$$

2. Ratkaise differentiaaliyhtälö $y'' - yy' = 0$ alkuehdoilla a) $y(0) = y'(0) = 2$, b) $y(0) = y'(0) = 1$.
3. a) Oletetaan tunnetuksi väittämä: Jos A , B ja C ovat samaa kokoa olevia neliömatriiseja ja $BA = AC = I$ ($I =$ yksikkömatriisi), niin $B = C$. Soveltaen tätä väittämää näytä: Jos A on symmetrinen ja $BA = I$, niin myös B on symmetrinen.
b) Määritä LU-hajotelma matriisille

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Laske pallokoordinaatteihin siirtymällä

$$\int_A x^3 y z \, dx dy dz,$$

kun $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 12 \ \& \ x, y, z \geq 0\}$.

5. Tetraedrin muotoista aluetta $V \subset \mathbb{R}^3$ rajoittavat tasot $z = 0$, $x = 2y$, $x = -y$ ja $y + z = a$ ($a > 0$). Laske vektorikentän $\vec{F} = (3xyz + e^{yz})\vec{i} + (x^2 + y^2z)\vec{j} + (y^2 - 2yz^2)\vec{k}$ vuo V :n reunapinnan ∂V läpi V :stä ulospäin.