

Mat-1.1020 Grundkurs L2

Tentamen 29.10.2009

Fyll i tydligt på varje svarpapper samtliga uppgifter. På förhörskod och -namn skriv kursens kod, namn samt slutförhör eller mellanförhör med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Räknare är inte tillåten. Examenstid 4h.

1. Laske tarkka arvo integraalille

$$\int_0^{\infty} \frac{e^x}{e^{2x} + 1} dx.$$

2. Ratkaise differentiaaliyhtälö $y'' - yy' = 0$ alkuehdoilla a) $y(0) = y'(0) = 2$, b) $y(0) = y'(0) = 1$.
3. a) Oletetaan tunnetuksi väittämä: Jos \mathbf{A} , \mathbf{B} ja \mathbf{C} ovat samaa kokoa olevia neliömatriiseja ja $\mathbf{BA} = \mathbf{AC} = \mathbf{I}$ (\mathbf{I} = yksikkömatriisi), niin $\mathbf{B} = \mathbf{C}$. Soveltaen tätä väittämää näytä: Jos \mathbf{A} on symmetrinen ja $\mathbf{BA} = \mathbf{I}$, niin myös \mathbf{B} on symmetrinen.
b) Määritä LU-hajotelma matriisille

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Laske pallokoordinaatteihin siirtymällä

$$\int_A x^3 y z \, dx dy dz,$$

kun $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 12 \text{ \& } x, y, z \geq 0\}$.

5. Tetraedrin muotoista aluetta $V \subset \mathbb{R}^3$ rajoittavat tasot $z = 0$, $x = 2y$, $x = -y$ ja $y + z = a$ ($a > 0$). Laske vektorikentän $\vec{F} = (3xyz + e^{yz})\vec{i} + (x^2 + y^2z)\vec{j} + (y^2 - 2yz^2)\vec{k}$ vuo V :n reunapinnan ∂V läpi V :stä ulospäin.