

Mat-1.1030 Matematiikan peruskurssi L3

3. välikoe 14.12.2009

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Tutkinto-ohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KTA, KON, MAR, MTE, PUU, RRT, TFM, TIK, TLT, TUO, YYT.

Laskimet ovat kiellettyjä.

1. Millä a :n arvoilla systeemi $\mathbf{x}'(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t)$ on stabiili tai asympotoottisesti stabiili, kun

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a-1 \\ 0 & a+1 & -a \end{bmatrix} .$$

2. Tarkastellaan tehtävää

$$x'(t) = -x(t) + \alpha t x^2(t) , \quad x(0) = e .$$

Ja ajatellaan tämän ratkaisu myös α :n funktioksi. Laske $\frac{\partial}{\partial \alpha} x(t, \alpha)|_{t=1, \alpha=0}$.

3. Etsi systeemin

$$\begin{cases} x_1' = \sin(\pi x_2) \\ x_2' = x_1 - x_2 \end{cases}$$

tasapainopisteet ja linearisoi systeemi näissä. Minkä laatuista lineaariset systeemit ovat? Voidaanko näistä päätellä epälineaarisen systeemin tasapainopisteiden stabiilisuudet?

4. Tarkastellaan implisiittistä menetelmää

$$\mathbf{x}_{j+1} = \mathbf{x}_j + \frac{h}{2} (\mathbf{f}(t_j, \mathbf{x}_j) + \mathbf{f}(t_j + h, \mathbf{x}_{j+1})) .$$

- a) Kirjoita tälle tavanomainen Runge-Kutta taulukkomuoto.
b) Mikä on menetelmän kertaluku, kun sitä sovelletaan tehtävään $x' = \lambda x$?
c) Mikä on menetelmän stabiilisuusalue?