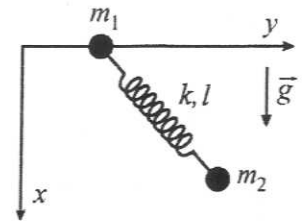
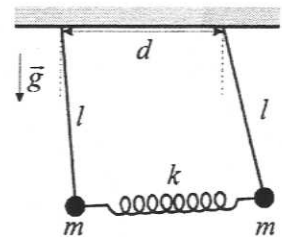


Tfy-0.2113 Teoreettinen mekaniikka Tentti (5 op) 12.1.2010

1. Tarkastellaan oheisen kuvan mukaista heilurisysteemiä, jossa hiukkanen (massa m_1) pääsee liikkumaan kitkattomasti pitkin vaakasuoraa y -akselia ja toinen hiukkanen (massa m_2) on kiinnitetty massattomalla, vapaasti heiluvalla lineaarisella jousella (jousivakio k , lepopituus l) hiukkaseen 1. Maan vetovoiman aiheuttama kiihtyvyyden vakio \vec{g} . Määritä systeemin Lagrangen liikeyhtälöt, kun liike tapahtuu kuvan tasossa.



2. Tarkastellaan oheisen kuvan mukaista systeemiä, joka koostuu kahdesta identtisestä heilurista (massattoman langan pituus l , pistemäisen kappaleen massa m). Heilureita yhdistää massaton jousi (jousivakio k , lepopituus d). Maan vetovoiman aiheuttama kiihtyvyyden vakio \vec{g} . Systeemin liike tapahtuu kuvan tasossa. Määritä systeemin pienten värähtelyjen ominaiskulmataajuudet ja normaalimoodit.



3. a) Selitä lyhyesti (ilman kaavanjohtoja) Rayleigh-Ritzin likimääräismenetelmän periaate. Ohje: Tarkastele Sturm-Liouvillen yhtälön

$$-\frac{d}{dx} \left[\tau(x) \frac{d\rho}{dx} \right] + v(x)\rho = \omega^2 \sigma(x)\rho$$

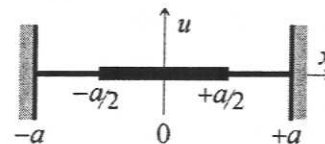
ja funktionaalin

$$\omega^2[\rho] = \frac{\frac{1}{2} \int_a^b \left[\tau(x) \left(\frac{d\rho}{dx} \right)^2 + v(x)\rho^2 \right] dx}{\frac{1}{2} \int_a^b \left[\sigma(x)\rho^2 \right] dx}$$

välistä yhteyttä. Selitä myös yhtälöissä käytetyt merkinnät.

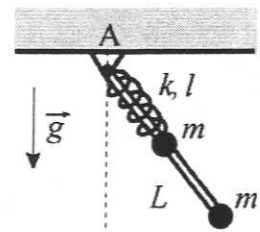
- b) Tarkastellaan oheisen kuvan ohuen kielen (pituus $2a$) pieniä poikittaisia siirtymiä, kun kielen jännitys τ on vakio ja massa pituusyksikköä kohti (massatiheys) on

$$\sigma(x) = \begin{cases} \sigma_0, & -a < x < -\frac{a}{2} \\ 2\sigma_0, & -\frac{a}{2} < x < \frac{a}{2} \\ \sigma_0, & \frac{a}{2} < x < a \end{cases}$$



missä $\sigma_0 > 0$ on vakio. Käytämällä Rayleigh-Ritzin likimääräismenetelmää arvioi, kumpi ominaisfunktion approksimaatioista $\rho_1(x) = a - |x|$ vai $\rho_2(x) = a^2 - x^2$ antaa paremman tuloksen kielen poikittaisten värähtelyjen alimmalle ominaiskulmataajuudelle.

4. Pisteeseen A kitkattomasti nivelöidyn massattoman sauvan (pituus L) päähän on kiinnitetty pistemäinen kappale (massa m) oheisen kuvan mukaisesti. Pisteeseen A on kiinnitetty myös massaton jousi (jousivakio k , lepopituus l), joka kulkee kitkattomasti sauvan ympärillä. Jousen päässä olevan pistemäinen kappale (massa m) liikkuu kitkattomasti pitkin sauvaa. Oletetaan, että kappaleet eivät törmää toisiinsa ja että systeemi liikkuu kuvan tasossa. Maan vetovoiman aiheuttama kiihtyvyyden vakio \vec{g} . Muodosta systeemin Hamiltonin funktio ja Hamiltonin liikeyhtälöt.



Merkitse nimesi, opiskelijanumerosi (myös kirjain), koulutusohjelmasi, kurssikoodi ja kokeen päivämäärä jokaiseen suorituspaperiisi. Laskimien käyttö tentissä on kielletty.