

Mat-1.1310 Matematiikan peruskurssi K1

3. välikoe 14.12.2009 klo 9–12.

Kaikki yo-kokeessa hyväksytyt laskimet ovat sallittuja.

1. a) Laske raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - \cos(2x)}{\sin(3x)}.$$

b) Osoita, että yhtälöllä $\ln x = 1/x$ on yksikäsitteinen ratkaisu välillä $x \in [1, 2]$ ja määritä sen kaksidesimaalinen likiarvo kiintopisteiteroinnin avulla. (Suppenemista ei tarvitse todistaa)

2. Käyrä $y = e^{-x}$, $x \geq 0$, pyörähtää x -akselin ympäri. Laske näin syntyvän

a) pyörähdyskappaleen tilavuus.

b) pyörähdyspinnan ala.

A-luokan vihje b-kohtaan: sijoita

$$x = -\ln(\sinh u) \Leftrightarrow u = \ln(e^{-x} + \sqrt{1 + e^{-2x}})$$

ja käytä kaavaa $1 + (\sinh u)^2 = (\cosh u)^2$.

3. Laske integraali

$$\int_0^{\pi} x^2 \sin x \, dx.$$

4. Laske integraalit

$$\text{a) } \int_0^1 \frac{dx}{1+3x} \quad \text{ja b) } \int_{-1}^1 \frac{dx}{(x-2)(x+2)}.$$

Huom: Yhden välikokeen voi uusia tentin yhteydessä 14.1.2010, jolloin parempi tulos jää voimaan. **Myös kaikkien uusintavälikokeeseen osallistuvien täytyy ilmoittautua tenttiin!** Tentti ja välikoeuusinnat ovat samalla paperilla ja niistä voi valita yhden välikokeen tai tentin.