

Teknillinen korkeakoulu
Mat-1.1710 Matematiikan peruskurssi V1
Tietäväinen/Kibble

1. välikoe 22.2.2010 klo 16–19

Täytä huolellisesti kaikki vaaditut tiedot jokaiseen vastauspaperiin.

Laskimet ja taulukot on kielletty!

1. Todista induktiolla, että

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$$

kaikilla positiivisilla kokonaisluvuilla n .

(Jos et onnistu todistamaan väitettä, yritä kuitenkin selittää, mikä on induktion idea, ja mitä tehtävässä esiintyvä summamerkintä tarkoittaa.)

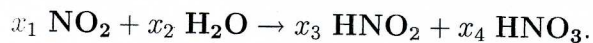
2. a) Tulkitse seuraavat kompleksiluvut tason \mathbb{R}^2 pisteiksi (piirrä kuva!) ja laske niiden napakoordinaatit eli itseisarvot ja argumentit (välillä $(-\pi, \pi)$):

$$z = -1 + i, \quad w = i\sqrt{3}.$$

b) Kirjoita kompleksiluvut zw ja z/w muodossa $a + bi$, missä $a, b \in \mathbb{R}$.

3. a) Taso $S \subset \mathbb{R}^3$ kulkee pisteiden $(1, 1, 0)$, $(2, 0, 2)$ ja $(0, 3, 3)$ kautta. Etsi eräät vektorit $a, p \in \mathbb{R}^3$ niin, että $a \cdot (x - p) = 0$ täsmälleen silloin kun $x \in S$.

b) Määritä pienimmät positiiviset kokonaisluvut x_1, x_2, x_3, x_4 reaktiokaavassa



Ratkaise ongelma matriisimuodossa Gaussin eliminointimenetelmällä.

4. Laske matriisin $[A] = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ käänteismatriisi $[A]^{-1}$ ja tarkista, että

$$[A]^{-1}[A] = [I].$$