Aalto-yliopisto, Matematiikan laitos Peltonen/Talponen/Quach

Mat-1.1120 Matematiikan peruskurssi C2 Kevät 2010

2. VÄLIKOE Ma 29.3.2010 klo 16:00-19:00

Kokeessa ei saa käyttää taulukkokirjaa. Ylioppilaskirjoituksissa sallittua laskinta saa käyttää.

1. Ratkaise seuraava optimointiongelma Lagrangen menetelmällä:

$$\text{Maksimoi } x + 2y \text{ ehdolla } x^2 + y^2 = 1.$$

Vihje: Kirjoita $L(x, y, \lambda) = x+2y+\lambda(x^2+y^2-1)$ ja ratkaise $\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial L}{\partial y} = \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$.

2. Luokittele ja ratkaise seuraavat differentiaaliyhtälöt:

(a) $v' = g - kv^2$, $v(0) = 0$, missä $g > 0$ ja $k > 0$ ovat vakioita.

(b) $y' + xy = e^{-\frac{1}{2}x^2}$.

3. (a) Olkoon

$$D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq a^2\}.$$

Laske

$$\iint_D 1\, dA.$$

(b) Olkoon

$$D = \{(x, y) : y \geq 0,\ y \leq x + 1,\ x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

Laske

$$\iint_D x^2 y\, dA.$$

4. Olkoon

$$D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1,\ z^2 \geq x^2 + y^2,\ y \geq 0,\ z \geq 0\}.$$

Laske

$$\iiint_D e^z\, dV.$$