

Tentti, 10. elokuuta, 2009

Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme koti-
tehtävää ovat hyväksytysti suoritettut ennen tenttiä.

Tehtävä 1 (10p)

- (a) Määrittele seuraavat käsitteet: *jäsennyspuu*, *predikaattilogiikan lause* ja *Herbrand-struktuuri*. (3 × 2p)
- (b) Mitä tarkoitetaan merkinnällä $\phi \equiv \psi$?
Osoita yksityiskohtaisesti, että jos $\phi \equiv \psi$ ja $\psi \equiv \chi$, niin $\phi \equiv \chi$. (4p)

Tehtävä 2 (10p) Todista semanttisilla tauluilla seuraavat väittämät:

- (a) $\models (A \vee B) \wedge (A \rightarrow D) \wedge (\neg C \rightarrow \neg B) \rightarrow C \vee D$.
- (b) $\models \forall x(P(x) \rightarrow \forall yR(x,y)) \rightarrow \forall y\forall x(R(x,y) \vee \neg P(x))$.

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 (10p) Johda lauseelle

$$\neg(\exists x(P(x) \vee \forall yQ(x,y)) \rightarrow \exists y(P(y) \vee Q(y,y)))$$

Prenex-normaaliomuoto sekä mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto (eli klausuulijoukko S) ja osoita S toteutumattomaksi resoluutiolla.

Tehtävä 4 (10p) Esitetään kirjaimista a ja b koostuvat merkkijonot “”, “ a ”, “ b ”, “ aa ”, “ ab ”, “ ba ”, “ bb ”, ... muuttujattomilla termeillä

$$e, a(e), b(e), a(a(e)), a(b(e)), b(a(e)), b(b(e)), \dots,$$

jotka rakentuvat vakiosymbolista e , joka tarkoittaa tyhjää merkkijonoa “”, ja yksi-paikkaisista funktioista $a(x)$ ja $b(x)$, joiden ajatellaan liittävän vastaavan kirjaimen a tai b merkkijonon x alkuun. Täten $a(b(e))$ tulkitaan $a(b(\text{""})) = a(\text{“}b\text{”}) = \text{“}ab\text{”}$.

- (a) Määrittele predikaatti $O(x) = \text{“kirjaimen } a \text{ esiintymien lukumäärä merkkijonossa } x \text{ on pariton”}$ predikaattilogiikalla siten, että määritelmäsi kattaa kaikki äärelliset merkkijonot edellä kuvatulla tavalla esitettynä.
- (b) Anna laatimallesi määritelmälle Σ malli $\mathcal{S} \models \Sigma$, jonka perusteella

$$\Sigma \not\models O(a(b(a(e)))).$$

Tehtävä 5 (10p)

Selitä, kuinka ehtolausekkeelle

$$\text{if}(B) \text{ then } \{C_1\} \text{ else } \{C_2\}$$

voidaan muodostaa *heikoin esiehto* B_1 annetusta jälkiehdosta B_2 .

Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa Triple:

$$v = x ; z = x ; \text{while}(! (z == 0)) \{z = z - 1 ; v = v + 2\}.$$

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\text{true}] \text{Triple} [v == 3 * x].$$

Vastauspapereissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opiskelijanumero ja omakätinen allekirjoitus.