

# Mat-1.1131 Matematiikan peruskurssi C3-I/ Mat-1.1331 Matematiikan peruskurssi KP3-I

Tentti 11.5.2009

Kirjoita vastauspaperiin kumman kurssin haluat suorittaa. Kaikki yo-kokeessa hyväksytyt laskimet ovat sallittuja. PERUSTELE VASTAUKSESI!

- (a) Määrittele neliöjuuren  $\sqrt{z}$ ,  $z \neq 0$ , pääarvo kompleksitasossa.

(b) Laske luvun  $\sqrt{-4i}$  neliöjuuri.

(c) Ilmaise kompleksiluku  $z$ , jonka itseisarvo (moduli)  $|z|$  on 2 ja argumentti  $\arg z = \frac{\pi}{4}$ , muodossa  $z = x + iy$ .
- Onko funktio  $u(x, y) = xy$  harmoninen? Jos on, niin määritä vastaava analyttinen funktio  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ .

- Määrä funktion

$$\frac{1}{1 - z^4}$$

Taylorin sarja pisteessä  $z = 0$  ja sarjan suppenemissäde. Vihje:  $\frac{1}{1-z} = \sum_{n=1}^{\infty} z^n$ .

- Laske joko parametriesitystä käyttäen tai Cauchyn integraalikaavaan vedoten integraali

$$\int_C \left( \frac{3}{z} - \frac{6}{z^2} \right) dz,$$

missä  $C$  on polku  $|z| = 1$  vastapäivään kierrettynä.

- Laske funktion

$$f(x) = \begin{cases} e^{-2x}, & 0 \leq x < \infty, \\ 0, & -\infty < x < 0, \end{cases}$$

Fourier-muunnos sekä funktion  $f(x)$  ja  $g(x) = e^{5x}$  konvoluutio  $(f * g)(x)$ .