

teknillinen korkeakoulu

Peltonen, Eirola / Vesanen

Mat-1.1030, Matematiikan peruskurssi L 3

1. välikoe, 13. 10. 2009

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin kysytyt tiedot!

Koulutusohjelmalyhenteet: AUT, BIO, EST, GMA, INF, KEM, KON, KTA, MAK, MAR, PUU, RYK, TFY, TLT, TIK, TUO

1. Olkoon $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ehdon

$$z = x + iy \mapsto x^3 + i(1 - y)^3$$

määrää kuvaus. Määrää ne kompleksitason pisteet z , joissa f on

- (a) derivoituva,
- (b) analyyttinen.
- (c) Määrää funktion f derivaatta $f'(z) \in \mathbb{C}$ niissä kompleksitason pisteissä, joissa se on olemassa.

2. Etsi Möbius-kuvaus, joka kuvaa alueen $\{z \in \mathbb{C} \mid |z - 1| < 1\}$ alueeksi $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re} z > 1\}$.

3. Määrää funktion

$$f : f(z) = \oint_{\gamma} \frac{2w^2 - w - 1}{w(w - z)e^{\pi i(w-1)}} dw$$

arvo pisteissä

- (a) $z = 1$
- (b) $z = 2$
- (c) $z = 4$

kun integrointi tehdään pitkin polkua γ , joka parametrisoi ympyrän

$$S(0, 3) = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 3\}$$

yhden kerran positiiviseen kiertosuuntaan.

4. Muodosta kaksi muuttujan z potenssien mukaan etenevää sarjakehitelmää ehdon

$$z \mapsto \frac{1}{z(1 + z^2)}$$

määrämälle funktiolle f . Missä ne ovat voimassa?