

Mat-1.1132 Peruskurssi C3-II

Tentti 11.5.2009

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa ei saa käyttää laskimia. Koeaika on 4h.

Jokainen tehtävä on 6 pisteen arvoinen. Kaikki vastaukset on perusteltava huolellisesti.

- (a) Esitä Gram-Schmidtin ortonormalisointimenetelmä.
(b) Sovella sitä vektorijoukon

$$\{(1, 0, 0, 0)^T, (1, 2, , 0, 0)^T, (1, 1, 1, 1)^T\}$$

ortonormalisointiin.

- Esitä neilömuoto $Q(x) = 3x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_2x_3$ matriisimuodossa $Q(x) = x^T Ax$. Mikä on neliömuodon suurin ja pienin arvo rajoitusehdolla $x^T x = 2$?

- Laske e^{tA} , kun $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

- (a) Selitä, minkälaisista matriiseista singulaariarvohajotelma muodostuu.
(b) Muodosta matriisin

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

singulaariarvohajotelma.

- Laske muunnokset

- (a) $\mathcal{L}(t * t^2)$ laskemalla ensin $t * t^2$ auki ja Laplace-muuntamalla se. Laske sitten muunnos suoraan sopivalla Laplace-muunnos kaavalla. Täsmääkö $\mathcal{L}(t^3)$ kanssa?

- (b) $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s+1}{s^2}e^{-s}\right)$

Laplace-muunnoksia:

$$\mathcal{L}(e^{at}f(t)) = F(s - a)$$

$$\mathcal{L}(f * g) = \mathcal{L}(f)L(g)$$

$$\mathcal{L}(f^{(n)}) = s^n \mathcal{L}(f) - s^{n-1}f(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$$

$$\mathcal{L}(f(t-a)u(t-a)) = e^{-as}F(s)$$

$$\mathcal{L}(t^n) = n!/s^{n+1}$$

$$\mathcal{L}(\cos(\omega t)) = s/(s^2 + \omega^2)$$

$$\mathcal{L}(\sin(\omega t)) = \omega/(s^2 + \omega^2)$$

$$\mathcal{L}(u(t-a)) = e^{-as}/s$$

$$\mathcal{L}(\delta(t-a)) = e^{-as}$$