

Teknillinen korkeakoulu  
Mat-1.1710 Matematiikan peruskurssi V1  
Turunen/Isopoussu

Uusintavälikokeet ja tentti 11.5.2009 klo 16-20.

Tentti: tehtävät 1, 3, 5, 7, 9.

1. välikoe: tehtävät 1,2,3.

2. välikoe: tehtävät 4,5,6.

3. välikoe: tehtävät 7,8,9.

Täytä huolellisesti kaikki vaaditut tiedot jokaiseen vastauspaperiin.

Laskimet ja taulukot eivät ole sallittuja.

1. a) Etsi kaikki kompleksiluvut  $z$ , jotka toteuttavat yhtälön

$$\frac{\bar{z}}{z} = -1.$$

- b) Sievennä  $(\cos(x) + i \sin(x))^2$  muotoon, jota käyttäen voit perustella kaavat

$$\begin{cases} \cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x), \\ \sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x). \end{cases}$$

2. Taso  $S \subset \mathbb{R}^3$  kulkee pisteiden  $(5, 4, 3)$ ,  $(0, 0, 0)$  ja  $(1, 2, 1)$  kautta. Etsi eräät vektorit  $a, p \in \mathbb{R}^3$  niin, että  $a \cdot (x - p) = 0$  täsmälleen silloin kun  $x \in S$ .

3. a) Laske matriisitulo  $[A][B]$ , missä

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & -3 \end{bmatrix}, \quad [B] = \begin{bmatrix} 9 & -3 & 5 \\ -5 & 2 & -3 \\ -2 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

- b) Etsi matriisin  $[A]$  käänteismatriisi.

---

Tehtävät 4–9 paperin toisella puolella!

4. a) Laske  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ .

b) Miksi  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3+k}{5+k}$  ei suppene?

c) Laske  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k(k+1)}$ . Vihje: laske  $\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} = \dots$

5. a) Mistä tiedetään, että yhtälöllä  $x + \sin(x) = 1$  on täsmälleen yksi ratkaisu?

b) Etsi yhtälön

$$x + \sin(x) - 1 = 0$$

ratkaisua Newton-iteraation avulla lähtien alkuarvauksesta  $x_0 = 0$ .  
(Riittää, kun lasket luvut  $x_1$  ja  $x_2$  eli kaksi iteraatiokierrosta!)

6. Olkoon  $f(x) = \begin{cases} x^2 \cos(1/x), & \text{kun } x \neq 0, \\ 0, & \text{kun } x = 0. \end{cases}$

a) Laske derivaatta  $f'(x)$ , kun  $x \neq 0$ .

Miksi raja-arvoa  $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$  ei ole olemassa tässä?

b) Laske  $f'(0)$  derivaatan määritelmästä (eli erotusosamäärän raja-arvosta) lähtien.

---

7. Sijoita  $u = \ln(x)$  integraaliin

$$\int_1^e x^{15} (\ln(x))^{10} dx$$

— näin saatua integraalia ei tarvitse laskea.

8. Laske

$$\int_0^{\infty} e^{-3x} \sin(5x) dx.$$

9. a) Laske osamurtokehitemää käyttäen

$$\int_1^3 \frac{1}{x^2 - 5x} dx.$$

b) Laske kuulan

$$B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 9\}$$

tilavuus integraalin avulla.

(Vihje: tulkitse  $B$  sopivaksi pyörähdyskappaleeksi.)

**Tehtävät 1–3 paperin toisella puolella!**