

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin kysytyt tiedot!

Koulutusohjelmalyhenteet: AUT, BIO, EST, GMA, INF, KEM, KON, KTA, MAK, MAR, PUU, RYK, TFY, TLT, TIK, TUO

1. Onko mahdollista valita vakiot $a, b \in \mathbb{R}$ siten, että vektorikentästä $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$\vec{F}(x, y, z) = (y \cos x + axz, b \sin x + z, x^2 + y)$$

tulee koko avaruudessa \mathbb{R}^3

- (a) pyörteetön vektorikenttä?
(b) lähteetön vektorikenttä?

2. Laske vektorikentän $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$\vec{F}(x, y, z) = (x \sin y, \cos^2 x, y^2 - z \sin y)$$

vuo yli pallon

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 1\}$$

pinnan.

3. Laske vektorikentän $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$\vec{F}(x, y, z) = (y, z, x)$$

roottorin vuo yli pinnan

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = 1 - x^2 - y^2 \geq 0\}.$$

4. Missä kompleksitason \mathbb{C} pisteissä $z = x + iy$ funktio $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$

$$f(z) = e^{x^2 - y^2} (\cos(2xy) + i \sin(2xy))$$

on analyyttinen? Määrää funktion f kompleksinen derivaatta $f'(z)$ niissä pisteissä, joissa se on olemassa.