

Mat-1.2600 Sovellettu todennäköisyyslaskenta A

1. välikoe 31.10.2007/Mellin

Kirjoita **selvästi jokaiseen koepaperiin** seuraavat tiedot:

- Mat-1.2600 SovTnA 1. välikoe 31.10.2007
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
- nimikirjoitus

Sallitut apuvälineet: **Funktiolaskin ja Mellinin kaava- ja taulukkokokoelmat.**

Vastaa **lyhyesti ja ytimekkäästi**, mutta **perustele ratkaisusi**. Esimerkiksi pelkkä lukuarvo vastauksena **ei anna** pisteitä.

1. (a) Tehtaalla on kaksi nauloja tekevää konetta, A ja B. Kone A tekee nautoista 20 % ja kone B tekee nautoista 80 %. Koneen A tekemistä nautoista on viallisia 2 % ja koneen B tekemistä nautoista on viallisia 3 %.
- Tehtaalla valmistetuista nautoista valitaan satunnaisesti yksi.
- Kysymys 1: Mikä on todennäköisyys, että valittu naula on viallinen?
- Kysymys 2: Mikä on todennäköisyys, että vialliseksi osoittautuneen naulan on tehnyt kone B?
- (b) Tulliin tulee 13 matkustajaa, joista 4 salakuljettavaa huumeita. Matkustajien joukosta poimitaan satunnaisesti 5 matkustajaa tarkastettavaksi.
- Kysymys 1: Mikä on todennäköisyys, että tarkastettavaksi valittujen joukkoon ei tule yhtään salakuljettajaa?
- Kysymys 2: Mikä on todennäköisyys, että tarkastettavaksi valittujen joukkoon tulee täsmälleen 2 salakuljettajaa?
2. Naulojen pituudet vaihtelevat satunnaisesti noudattaen normaalijakaumaa parametrein $\mu = 10$ cm ja $\sigma^2 = 0.01$ cm². Naulojen joukosta poimitaan satunnaisesti 20 naulaa takaisinpanolla eli palauttaen.
- (a) Mikä on todennäköisyys, että otokseen poimittujen 20:n naulan joukossa on korkeintaan kaksi, jotka ovat pitempiä kuin 10.15 cm?
- (b) Mikä on niiden naulojen lukumäärän odotusarvo, jotka ovat pitempiä kuin 10.15 cm?

3. Pankki on auki viitenä päivänä viikossa 8 tuntia päivässä. Yhden tunnin aikana pankissa käyvien asiakkaiden lukumäärä vaihtelee satunnaisesti noudattaen Poisson-jakaumaa niin, että keskimäärin asiakkaita käy 30 asiakasta/h.
- (a) Mikä on viikon aikana pankissa käyvien asiakkaiden lukumäärän odotusarvo?
- (b) Mikä on todennäköisyys, että viikon aikana pankissa käy enemmän kuin 1250 asiakasta?
- (c) Mikä on odotusarvo peräkkäisten asiakkaiden tulon välijälle?
- (d) Mikä on todennäköisyys, että pankissa joudutaan odottamaan seuraavaa asiakasta kauemmin kuin 2 min?

4. (a) Oletetaan, että satunnaismuuttujien X ja Y yhteisjakauma on kaksiulotteinen normaalijakauma. Oletetaan lisäksi, että muuttujan Y regressiofunktio muuttujan X suhteen on muotoa

$$y = -3 - x$$

ja muuttujan X regressiofunktio muuttujan Y suhteen on muotoa

$$4x = -6 - y$$

Määrittää satunnaismuuttujien X ja Y korrelaatio.

- (b) Heitetään virheetöntä noppaa kaksi kertaa (noppa on virheetön, jos sen jokaisella silmäluvulla 1, 2, 3, 4, 5, 6 on sama todennäköisyys tulla tulokseksi).

Olkoon

$$X = \text{tulos 1. heitosta}$$

$$Y = \text{tulos 2. heitosta}$$

$$U = \min(X, Y)$$

$$V = \max(X, Y)$$

Määrittää ehdollinen odotusarvo

$$E(U | V = 4)$$