

## Mat-1.2620 Sovellettu todennäköisyyslaskenta B

1. välikoe 13.03.2010 / Mellin

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin seuraavat tiedot:

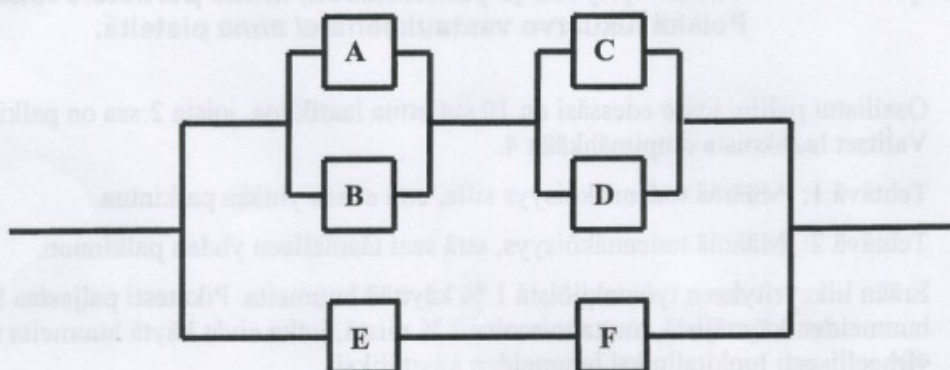
- Mat-1.2620 SovTnB 1. vk 13.03.2010
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
- nimikirjoitus

**Sallitut apuvälineet:** *Funktiolaskin ja Mellinin kaava- ja taulukkokokoelmat.*

**Vastausohje:** *Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta perustelee ratkaisusi. Pelkkä lukuarvo vastauksena ei anna pisteitä.*

1. (a) Osallistut peliin, jossa edessäsi on 10 suljettua laatikkoa, joista 2:ssa on palkinto. Valitset laatikoista umpimähkään 4.  
Tehtävä 1: Määää todennäköisyys sille, että et saa yhtään palkintoa.  
Tehtävä 2: Määää todennäköisyys, että saat täsmälleen yhden palkinnon.
  - (b) Erään liikeyrityksen työntekijöistä 1 % käyttää huumeita. Pikatesti paljastaa 95 % huumeiden käyttäjistä, mutta toisaalta 2 % niistä, jotka eivät käytä huumeita tulee virheellisesti luokitelluiksi huumeiden käyttäjiksi.  
Määää todennäköisyys, että pikatestissä huumeiden käyttäjäksi luokiteltu henkilö ei todellisuudessa käytä huumeita.
2. (a) Dodekaedri eli säännöllinen 12-tahokas on säännöllinen monitahokas, jolla on 12 säännöllisen viisikulmion muotoista tahkoa.  
Oletetaan, että sinulla on dodekaedrin muotoinen virheetön noppa, jonka tahkot on numeroitu luvuilla 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. Heität noppaa 120000 kertaa. Määää todennäköisyys sille, että numero 11 esiintyy heittotuloksena 9850 – 10100 kertaa.  
Noppa on virheetön, jos sen jokaisella tahkolla on sama todennäköisyys tulla tulokseksi.
  - (b) Eräässä diktatuurimaassa käytetään betonia, johon sekoitetaan pistemäisiä mikrofoneja. Mikrofonien lukumäärä betonissa on satunnaismuuttuja, joka noudattaa Poisson-jakaumaa niin, että jakauman intensiteettiparametrina on 5 mikrofonta per kuutiometri betonia.  
Eräässä rakennuksessa on käytetty  $10000 \text{ m}^3$  betonia. Mikä on todennäköisyys, että rakennuksessa on enemmän kuin 50100 mikrofonta?

3. (a) Urnassa A on 6 valkoista ja 4 mustaa kuula ja urnassa B on 9 valkoista ja 1 musta kuula. Molemmista urnista poimitaan satunnaisesti yksi kuula, urnasta A poimittu kuula pannaan urnaan B ja urnasta B poimittu kuula pannaan urnaan A. Tämän jälkeen urnasta B poimitaan satunnaisesti kuula. Mikä on todennäköisyys, että poimittu kuula on *musta*?
- (b) Alla on kuvattuna toimintaverkko, joka koostuu kuudesta komponentista A, B, C, D, E ja F. Oletetaan, että komponenttien toiminta tai toimimattomuus ei riipu muiden komponenttien toiminnasta tai toimimattomuudesta. Mikä on todennäköisyys, että verkko toimii (ts. virta kulkee verkon läpi), jos jokaisen komponentin toimintatodennäköisyys on 0.8?



4. (a) Alla oleva taulukko esittää diskreettien satunnaismuuttujien  $X$  ja  $Y$  yhteisjakauman pistetodennäköisyysfunktiota. Laske  $X$ :n ja  $Y$ :n korrelaatio.

$p_{XY}$		$X$		
		-1	0	+1
$Y$	+1	0	0.1	0.3
	0	0.2	0	0
	-1	0	0.1	0.3

- (b) Oletetaan, että satunnaismuuttujien  $X$  ja  $Y$  yhteisjakauma on kaksiulotteinen normaali-jakauma. Olkoon satunnaismuuttujan  $X$  regressiofunktio satunnaismuuttujan  $Y$  suhteen

$$49y + 10x - 10 = 0$$

ja satunnaismuuttujan  $Y$  regressiofunktio satunnaismuuttujan  $X$  suhteen

$$10y - x + 1 = 0$$

Tehtävä 1: Määrää  $X$ :n ja  $Y$ :n odotusarvot.

Tehtävä 2: Määrää  $X$ :n ja  $Y$ :n korrelaatio.