Kul-34.3100 Virtausmekaniikan perusteet Timo Siikonen

2. välikoe 07.05.2010

Muistathan, että perustelut ovat tärkeä osa laskua ja arvostelua!

Properties of air

density: $\varrho_{\text{air}} = 1.23\,\text{kg/m}^3$
(dynamic) viscosity: $\mu_{\text{air}} = 1.79 \cdot 10^{-5}\,\text{Ns/m}^2$

Properties of water

density: $\varrho_{\text{water}} = 1000\,\text{kg/m}^3$
(dynamic) viscosity: $\mu_{\text{water}} = 1.12 \cdot 10^{-3}\,\text{Ns/m}^2$

Gravitational acceleration: $g = 9.81\,\text{m/s}^2$.

Equations When you use these equations, please explain what are you doing and what principle are you applying. All the equations may not be needed.

Bernoulli equation: $p + \varrho g h + \frac{1}{2}\varrho V^2 = p_T$

Energy balance:

$$\left(p + \varrho g h + \frac{1}{2}\varrho V^2\right)_{\text{out}} = \left(p + \varrho g h + \frac{1}{2}\varrho V^2\right)_{\text{in}} + \text{work done on the control volume} - \text{losses}$$

Losses: $\Delta p_{\text{friction}} = f\frac{l}{D}\frac{1}{2}\varrho V^2 \qquad \Delta p_{\text{loss}} = K\frac{1}{2}\varrho V^2$

Reynolds number: $\text{Re} = \frac{\varrho V L}{\mu}$

Power: $P = \Delta p\, Q$

Mass flux: $\dot{m} = \int_A \varrho \vec{V} \cdot \vec{n}\,\mathrm{d}A$

Momentum flux: $\int_A \vec{V}\varrho\vec{V} \cdot \vec{n}\,\mathrm{d}A$

When velocity is constant on surface A, momentum flux: $\vec{V}\dot{m}$

Momentum balance: $\sum \vec{F} = \text{momentum flux out} - \text{momentum flux in}$

Moment of momentum equation:

$$\Sigma\vec{T} = \dot{m}_{\text{out}}\left(\vec{r} \times \vec{V}\right)_{\text{out}} - \dot{m}_{\text{in}}\left(\vec{r} \times \vec{V}\right)_{\text{in}}$$

$$\vec{r} \times \vec{V} = \pm r V_\theta$$

Euler turbomachine equation:

$$P = \dot{m}\left(\pm U V_\theta\right)_{\text{out}} - \dot{m}\left(\pm U V_\theta\right)_{\text{in}}$$

Buckingham Π-theorem:

If an equation involving k variables is dimensionally homogeneous, it can be reduced to a relationship among $k-r$ independent dimensionless products, where r is the minimum number of reference dimensions required to describe the variables.

Criteria for the repeating variables:

1. The number of repeating variables is equal to the number of reference dimensions.
2. All the required reference dimensions must be included within the group of repeating variables.
3. Each repeating variable must be dimensionally independent of the others.

Moody chart is at the end of the exam

Material derivative

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \rho = \frac{\partial \rho}{\partial t} + u\frac{\partial \rho}{\partial x} + v\frac{\partial \rho}{\partial y} + w\frac{\partial \rho}{\partial z}$$

Continuity equation and Navier–Stokes equations will be given if they are required in the exam.

Summary of Basic, Plane Potential Flows

Description of Flow Field	Velocity Potential	Stream Function	Velocity Components[a]
Uniform flow at angle α with the x axis	$\phi = U(x\cos\alpha + y\sin\alpha)$	$\psi = U(y\cos\alpha - x\sin\alpha)$	$u = U\cos\alpha$ $v = U\sin\alpha$
Source or sink $m > 0$ source $m < 0$ sink	$\phi = \dfrac{m}{2\pi}\ln r$	$\psi = \dfrac{m}{2\pi}\theta$	$v_r = \dfrac{m}{2\pi r}$ $v_\theta = 0$
Free vortex $\Gamma > 0$ counterclockwise motion $\Gamma < 0$ clockwise motion	$\phi = \dfrac{\Gamma}{2\pi}\theta$	$\psi = -\dfrac{\Gamma}{2\pi}\ln r$	$v_r = 0$ $v_\theta = \dfrac{\Gamma}{2\pi r}$
Doublet	$\phi = \dfrac{K\cos\theta}{r}$	$\psi = -\dfrac{K\sin\theta}{r}$	$v_r = -\dfrac{K\cos\theta}{r^2}$ $v_\theta = -\dfrac{K\sin\theta}{r^2}$

[a]Velocity components are related to the velocity potential and stream function through relationships:

$$u = \frac{\partial\phi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial y} \qquad v = \frac{\partial\phi}{\partial y} = -\frac{\partial\psi}{\partial x} \qquad v_r = \frac{\partial\phi}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} \qquad v_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta} = -\frac{\partial\psi}{\partial r}$$

1. Tehtävä (6 p.)

Vettä pumpataan nopeudella 1750 rpm pyörivällä keskipakopumpulla 1,1 litraa sekunnissa. Juoksupyörällä on vakio siiven korkeus ($b = 5{,}1$ cm) sisä- ja ulkosäteillä $r_1 = 4{,}8$ cm ja $r_2 = 17{,}8$ cm. Lähtökulma $\beta = 23°$ on juoksupyörän tangentin ja siiven välinen kulma. Oleta ideaaliset virtausolosuhteet ja että virtaus tulee juoksupyörään radiaalisesti.

a) (3p.) Piirrä nopeuskolmiot sisään- ja ulosvirtauksessa ja määritä t angentiaalinen nopeuskomponentti $V_{\theta 2}$ ulosvirtauksessa.

b) (2p.) Määritä ideaalinen nostokorkeus h_i.

c) (1p.) Laske pumpun teho.

2. Tehtävä (8 p.)

Tarkastellaan virtausta kuvan 1 puolikkaan sylinterin muotoisen kasvihuoneen ohi potentiaalivirtausmallilla. Sylinterin säde on a, tulovirtauksen nopeus U ja tulovirtauksen paine p_0.

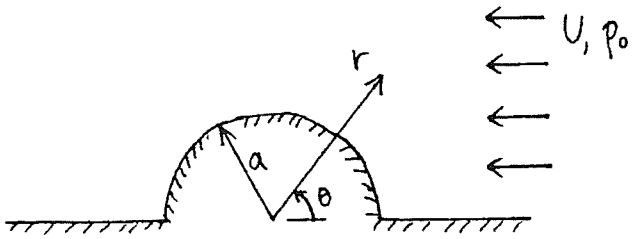
Muodosta tilannetta kuvaava nopeuspotentiaali yhdistämällä yhdensuuntaisvirtauksen ja dipolin (*doublet*) nopeuspotentiaalit.

b) (1p.) Ratkaise perustellen tarvitsemasi dipolin voimakkuus K.

c) (2p.) Ratkaise nopeuskenttä (v_r ja v_θ) sylinterin pinnalla.

d) (1p.) Ratkaise paine kasvihuoneen pinnalla. Gravitaatio voidaan jättää huomiotta.

e) (3p.) Jos kasvihuoneen sisällä vallitsee paine p_0, ratkaise kasvihuoneen kattoon vaikuttava pystysuuntainen (y-suuntainen) voima.



Kuva 1: Tehtävän 2 sylinteri

3. Tehtävä (5 p.)

Ruiskutettaessa polttoainetta polttomoottorin sylinteriin, nestesuihku hajoaa pisaroiksi. Oletetaan, että pisaran halkaisija d on funktio nesteen tiheydestä ρ, viskositeetista μ, pintajännityksestä σ sekä suihkun nopeudesta V ja halkaisijasta

D. Hae tilannetta kuvaavat dimensiottomat muuttujat käyttäen viskositeettia μ, nopeutta V ja halkaisijaa D toistuvina muuttujina.

4. Tehtävä (3 p.)

Navier–Stokesin yhtälöt ovat liikemäärätase differentiaalisessa muodossa. Tarkastellaan laskennallisesti esim. virtausta kappaleen ympärillä. Mitä eroja on Navier–Stokesin yhtälöistä saadulla ratkaisulla ja potentiaaliteorian mukaisella ratkaisulla? Miten hyvin Navier–Stokesin yhtälöiden ratkaisu ennustaa nostovoiman siipiprofiilille ja pyörivälle sylinterille potentiaaliteoriaan verrattuna?

5. Tehtävä (2 p.)

Kuvaile lyhyesti mitä tarkoitetaan Magnus-ilmiöllä ja Kutta-Zhukovskin lailla. Miten nämä liittyvät toisiinsa?