

Tentti

7.5.2010

Muistathan, että perustelut ovat tärkeä osa laskua ja arvostelua!

Properties of air

density: $\rho_{\text{air}} = 1.23 \text{ kg/m}^3$

(dynamic) viscosity: $\mu_{\text{air}} = 1.79 \cdot 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$

Properties of water

density: $\rho_{\text{water}} = 1000 \text{ kg/m}^3$

(dynamic) viscosity: $\mu_{\text{water}} = 1.12 \cdot 10^{-3} \text{ Ns/m}^2$

Gravitational acceleration: $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

Equations When you use these equations, please explain what are you doing and what principle are you applying. All the equations may not be needed.

$$\text{Bernoulli equation: } p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho V^2 = p_T$$

Energy balance:

$$\left(p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho V^2 \right)_{\text{out}} = \left(p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho V^2 \right)_{\text{in}} + \text{work done on the control volume} - \text{losses}$$

$$\text{Losses: } \Delta p_{\text{friction}} = f \frac{l}{D} \frac{1}{2} \rho V^2 \quad \Delta p_{\text{loss}} = K \frac{1}{2} \rho V^2$$

$$\text{Reynolds number: } \text{Re} = \frac{\rho V L}{\mu}$$

$$\text{Power: } P = \Delta p Q$$

$$\text{Mass flux: } \dot{m} = \int_A \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA$$

$$\text{Momentum flux: } \int_A \vec{V} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA$$

When velocity is constant on surface A , momentum flux: $\vec{V} \dot{m}$

Momentum balance: $\sum \vec{F} = \text{momentum flux out} - \text{momentum flux in}$

Moment of momentum equation:

$$\sum \vec{T} = \dot{m}_{\text{out}} (\vec{r} \times \vec{V})_{\text{out}} - \dot{m}_{\text{in}} (\vec{r} \times \vec{V})_{\text{in}}$$

$$\vec{r} \times \vec{V} = \pm r V_\theta$$

Euler turbomachine equation:

$$P = \dot{m} (\pm U V_\theta)_{\text{out}} - \dot{m} (\pm U V_\theta)_{\text{in}}$$

Buckingham Π -theorem:

If an equation involving k variables is dimensionally homogeneous, it can be reduced to a relationship among $k - r$ independent dimensionless products, where r is the minimum number of reference dimensions required to describe the variables.

Criteria for the repeating variables:

1. The number of repeating variables is equal to the number of reference dimensions.
2. All the required reference dimensions must be included within the group of repeating variables.
3. Each repeating variable must be dimensionally independent of the others.

Moody chart is at the end of the exam

Material derivative

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \rho = \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z}$$

Continuity equation and Navier–Stokes equations will be given if they are required in the exam.

Summary of Basic, Plane Potential Flows

Description of Flow Field	Velocity Potential	Stream Function	Velocity Components ^a
Uniform flow at angle α with the x axis	$\phi = U(x \cos \alpha + y \sin \alpha)$	$\psi = U(y \cos \alpha - x \sin \alpha)$	$u = U \cos \alpha$ $v = U \sin \alpha$
Source or sink $m > 0$ source $m < 0$ sink	$\phi = \frac{m}{2\pi} \ln r$	$\psi = \frac{m}{2\pi} \theta$	$v_r = \frac{m}{2\pi r}$ $v_\theta = 0$
Free vortex $\Gamma > 0$ counterclockwise motion $\Gamma < 0$ clockwise motion	$\phi = \frac{\Gamma}{2\pi} \theta$	$\psi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \ln r$	$v_r = 0$ $v_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r}$
Doublet	$\phi = \frac{K \cos \theta}{r}$	$\psi = -\frac{K \sin \theta}{r}$	$v_r = -\frac{K \cos \theta}{r^2}$ $v_\theta = -\frac{K \sin \theta}{r^2}$

^aVelocity components are related to the velocity potential and stream function through relationships:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad v_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad v_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = -\frac{\partial \psi}{\partial r}$$

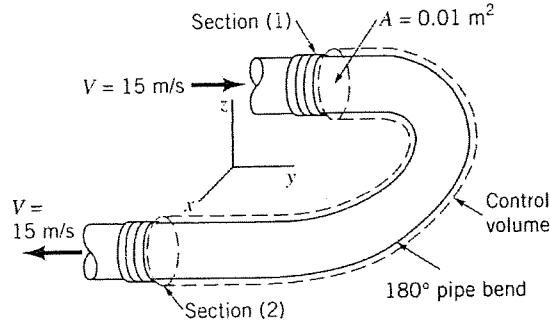
1. Tehtävä (6 p.)

Vettä pumpataan nopeudella 1750 rpm pyörivällä keskipakopumpulla 1,1 litraa sekunnissa. Juoksupyörällä on vakio siiven korkeus ($b = 5,1$ cm) sisä- ja ulkosäteilä $r_1 = 4,8$ cm ja $r_2 = 17,8$ cm. Lähtökulma $\beta = 23^\circ$ on juoksupyörän tangentin ja siiven välinen kulma. Oleta ideaaliset virtausolosuhteet ja että virtaus tulee juoksupyörään radiaalisesti.

- (3p.) Piirrä nopeuskolmiot sisään- ja ulosvirtauksessa ja määritä t angenti-alinen nopeuskomponentti $V_{\theta 2}$ ulosvirtauksessa.
- (2p.) Määritä ideaalinen nostokorkeus h_i .
- (1p.) Laske pumpun teho.

2. Tehtävä (6 p.)

Vesi virtaa horisontaalisen 180° putken mutkan läpi kuvan 1 osoittamalla tavalla. Putken poikkipinta-ala on vakio 0.01 m^2 koko mutkan pituudella. Nopeus on putken suuntainen ja kaikkialla 15 m/s . Absoluuttiset paineet mutkan sisäänmenossa ja ulostulossa ovat 207 kPa (abs) and 165 kPa . Laske horisontaalisen voiman (x and y) komponentit, jotka tarvitaan pitämään putki paikoillaan.



Kuva 1: Tehtävän 2 putken mutka.

3. Problem (6 p.)

Ilmaa (standardi ilmakehä) virtaa horisontaalisessa galvanoidussa putkessa ($\epsilon = 1.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$) tilavuusvirralla $5.6 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$. Painehäviö saa olla korkeintaan 3.5 kPa 30 m pitkälle putkelle. Määritä putken halkaisija.

4. Tehtävä (6 p.)

Ruiskutettaessa polttoainetta polttomoottorin sylinteriin, nestesuihku hajoaa piaroiksi. Oletetaan, että pisaran halkaisija d on funktio nesteen tiheydestä ρ , vis-

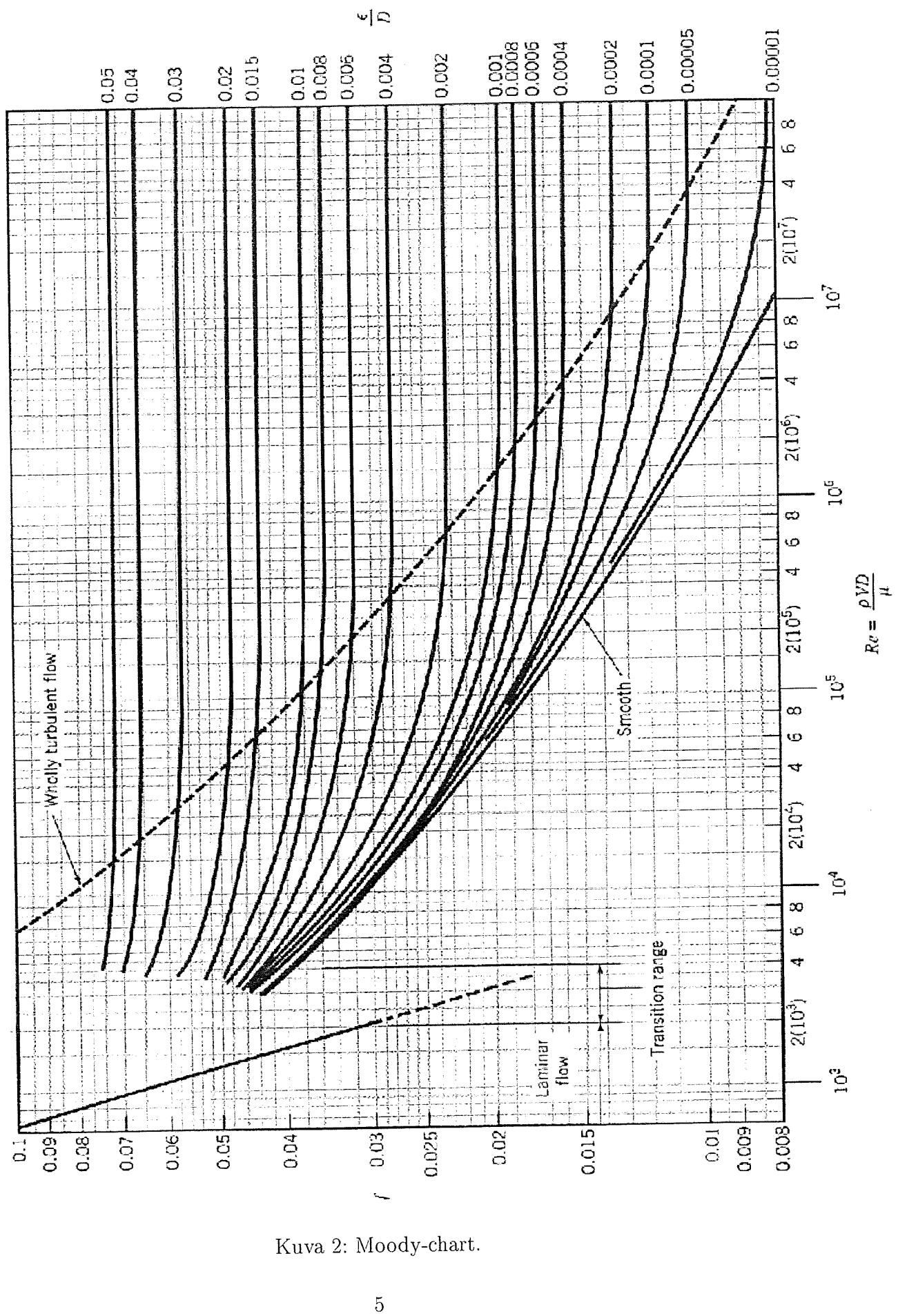
kositeetista μ , pintajännityksestä σ sekäm suihkun nopeudesta V ja halkaisijasta D . Etsi sopivat dimensiottomat muuttujat käyttäen viskositettia μ , nopeutta V ja halkaisijaa D toistuvina muuttujina.

5. Tehtävä (3 p.)

Navier–Stokesin yhtälöt ovat liikemääritäjä differentiaalisessa muodossa. Tarkastellaan laskennallisesti esim. virtausta kappaleen ympärillä. Mitä eroja on Navier–Stokesin yhtälöistä saadulla ratkaisulla ja potentiaaliteorian mukaisella ratkaisulla? Miten hyvin potentiaaliteoria ennustaa nostovoiman siipiprofilille ja pyörivälle sylinterille potentiaaliteoriaan verrattuna?

6. Tehtävä (3 p.)

Selosta Reynoldsin kuljetuslauseen oleellinen sisältö. Mihin lausetta tarvitaan?



Kuva 2: Moody-chart.

