

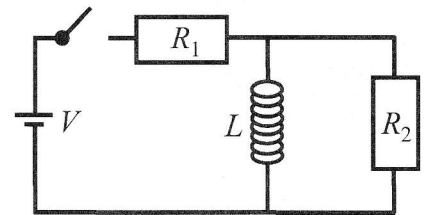
Merkitse jokaiseen vastauspaperiin nimi, opiskelijanumero, laitos ja kurssin koodi.

Mainitse myös suorititko laskuharjoituksia keväällä 2010.

Kirjoita vastauksesi huolellisesti selkeällä käsialalla ja perustellusti jotta tarkastaja saa selvää ja ymmärtää mitä olet tehnyt.

1. Vastaa lyhyesti ja selkeästi seuraaviin kysymyksiin.
 - a) Kirjoita Faradayn laki matemaattisesti ja selitä se fysikaalisesti? (1p)
 - b) Polaroimaton valo osuu mikroskooppiseen partikkeliin ja siroaa siitä. Kohtisuorassa suunnassa etenemissuuntaan nähden valo on täysin polaroitunutta. Miksi? (1p)
 - c) Mikä on Poyntingin vektori ja mitä se kuvaa fysikaalisesti? (1p)
 - d) Mitä tarkoittaa dispersio? (1p)
 - e) Mistä Heisenbergin epätarkkuusperiaate seuraa? (1p)
 - f) Mikä on de-Broglie -hypoteesi? (1p)

2. Oheisen kuvan sähköpiirissä käämin resistanssi on pieni ja aluksi kytkin on auki eikä virtaa kulje. Laske vastuksessa R_2 muodostuva lämpöenergia kun kytkin suljetaan ja pidetään suljettuna pitkän aikaa ($V = 100\text{V}$, $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 100\ \Omega$, $L = 10\text{ H}$). (6p)



3. Maxwellin yhtälöt
 - a) Kirjoita Maxwellin yhtälöt integraalimuodossa ja nimeä esiintyvät suureet. (2p)
 - b) Miten Maxwellin yhtälöt muuttuvat mikäli magneettisia monopoleja löydettäisiin? (1p)
 - c) Osoita, että sähkömagneettisen aallon sähkökenttä toteuttaa tyhjiössä aaltoyhtälön. (3p)
4. Ratkaise molemmat kohdat.
 - a) Valo, jonka aallonpituus on $\lambda = 633\text{ nm}$ ja intensiteetti $I = 150\text{ mW/m}^2$ osuu kohtisuorasti pinta-alaan $A = 4\text{ cm}^2$. Kuinka monta fotonia osuu alalle aikayksikössä? (3p)
 - b) Sähkömagneettisen aallon sähkövektori on muotoa $\mathbf{E} = \mathbf{i}E_0\sin(2\pi z/\lambda + \omega t) + \mathbf{j}E_0\cos(2\pi z/\lambda + \omega t)$.
Mihin suuntaan aalto etenee? Mikä on aallon polarisaatiotila? (3p)
5. Ratkaise kaikki kohdat
 - a) Osoita, että vapaan hiukkasen energia on hyvin määritelty eli siihen ei liity epätarkkuutta. (3p)
 - b) Fyysikko haluaa tutkia kappaletta joka on kooltaan 2.5 Å . Mikä on pienin fotonin energia jolla tämä onnistuu? (1p)
 - c) Teoreetikko haluaa analysoida atomiin loukkuuntunutta elektronia. Kirjoita resepti miten hänen tulee edetä. (2p)

1. a). $E_{\text{ind}} = \frac{d\Phi_M}{dt} \quad (1/2p)$

• muuttuva magneettikenttä indusoi sähkökentän $(1/2p)$

b). mikroskooppinen partikkeli sirottaa kuin dipoli $(1/2p)$

• dipolin kenttä on lineaarisesti polaroitu eli täysin polaroitu $(1/2p)$

c). Poyntingin vektori: $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (1/2p)$

• kuvaa kuinka paljon sähkömagneettisen säteilyn energiaa menee hetkellisesti pinta-ala yksikön läpi aikayksikössä, $(1/2p)$

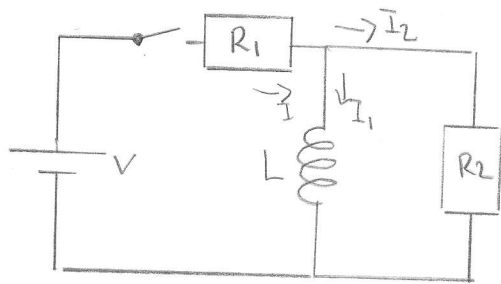
d) Dispersio tarkoittaa materiaalin taitekertoimen taajuuksiriippuvuutta. $(1p)$

e) seuramus hiukkasen aaltopakettiesityksestä. $(1p)$

f) ^(1/2p)
Hiukkasesta kuvaa aineaalto jonka aallonpituus ja taajuus määräytyvät relaatioilla

$\lambda = \frac{h}{p}, f = \frac{E}{h}$, jossa p ja E ovat hiukkasen liikemäärä ja energia. $(1/2p)$

2.



$$V = 100 \text{ V}$$

$$R_1 = 10 \, \Omega$$

$$R_2 = 100 \, \Omega$$

$$L = 10 \text{ H}$$

$$\begin{cases} V = R_1 I + L \frac{dI_1}{dt} & (1) & (1p) \end{cases}$$

$$\begin{cases} V = R_1 I + R_2 I_2 & (2) & (1p) \end{cases}$$

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 & (3) & (1p) \end{cases}$$

$$(2) \& (3) \Rightarrow I_2 = \frac{V - R_1 I_1}{R_1 + R_2}$$

$$(1) \Rightarrow \tau \frac{dI_1}{dt} = \frac{V}{R_1} - I_1 \quad ; \text{ jossa } \tau = \frac{L(R_1 + R_2)}{R_1 R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{dI_1}{\frac{V}{R_1} - I_1} = \frac{dt}{\tau} \quad (1p)$$

$$\text{integrointi} \Rightarrow I_1 = \frac{V}{R_1} - A e^{-t/\tau}$$

ehto $I_1(0) = 0$, virta muuttuu sulkeutumisella erittäin nopeasti (1p)

$$\Rightarrow I_1(t) = \frac{V}{R_1} (1 - e^{-t/\tau})$$

$$\Rightarrow I_2(t) = \frac{V}{R_1 + R_2} e^{-t/\tau} \quad (1/2p)$$

$$\text{lämpöenergia } W = \int_0^{\infty} R_2 I_2^2(t) dt = \frac{V^2 L}{2 R_1 (R_1 + R_2)} \approx \underline{\underline{45 \text{ J}}} \quad (1/2p)$$

3.

$$a) \left. \begin{aligned} \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} &= \sum q_i \\ \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} &= 0 \\ \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} &= -\frac{d}{dt} \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \\ \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} &= I + \frac{d}{dt} \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} \end{aligned} \right\} \text{oikeasta (1/2 P)}$$

$\vec{E}$ on sähkökentän voimakkuus
 $\vec{H}$ on magneettikentän voimakkuus
 $\vec{B}$ on magneettivuon tiheys
 $\vec{D}$ on sähkövuon tiheys
 I on sähkövirta
 q_i on sähkövaraus

- kaikki ok 1p
- punnituista tai virheellisistä -1p
- max 1p, min 0p

$$b) \left. \begin{aligned} \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} &= \sum q_i \\ \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} &= \sum p_i \\ \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} &= I_M - \frac{d}{dt} \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \\ \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} &= I + \frac{d}{dt} \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{magneettisten monopoliien summa pinnan S sisällä (1/2 P)} \\ &\text{magneettisten monopoliien virta polun L läpi (1/2 P)} \end{aligned}$$

$$c) \text{ tyhjiössä } \vec{S} = \vec{J} = 0 \quad (1/2 P) \\ \text{sekä } \vec{B} = \mu_0 \vec{H} \text{ ja } \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \quad (1/2 P)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \nabla \cdot \vec{E} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{H} = 0 \\ \nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases} \quad (1/2 P)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{H}) = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (1/2 P) \\ = \underbrace{\nabla(\nabla \cdot \vec{E})}_{=0} - \nabla^2 \vec{E} \quad (1/2 P)$$

$$\Rightarrow \nabla^2 \vec{E} - \underbrace{\mu_0 \epsilon_0}_{=\frac{1}{c^2}} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1/2 P)$$

3.

(4.)

a) $\lambda = 633 \text{ nm}$

$I = 150 \text{ mW/m}^2$

$A = 4 \text{ cm}^2$

- yhden fotonin energia on $E = hf = \frac{hc}{\lambda} \approx 3.1 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ (1p)
- teho pinta-alaan A on $IA = 0.06 \text{ mW} = 6 \cdot 10^{-5} \frac{\text{J}}{\text{s}}$ (1p)
- fotoneja aikayksikössä $\frac{6 \cdot 10^{-5} \text{ J/s}}{3.1 \cdot 10^{-19} \text{ J/fotoni}} \approx 1.9 \cdot 10^{14} \text{ fotonia/s}$ (1p)

b) $\vec{E} = E_0 \sin(2\pi z/\lambda + \omega t) \vec{i} + E_0 \cos(2\pi z/\lambda + \omega t) \vec{j}$

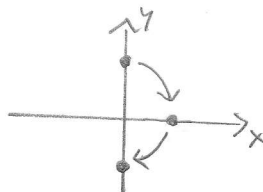
- aalto etenee negatiivisen z-akselin suuntaan, koska kun t kasvaa tasavaihepinnan z pienenee
- asetetaan $z=0$

$$\vec{E} = E_0 \sin(\omega t) \vec{i} + E_0 \cos(\omega t) \vec{j}$$

$\omega t = 0 \quad ; \quad \vec{E} = E_0 \vec{j}$

$\omega t = \frac{\pi}{2} \quad ; \quad \vec{E} = E_0 \vec{i}$

$\omega t = \pi \quad ; \quad \vec{E} = -E_0 \vec{j}$



(1/2)

- perhele -z-suuntaan jolloin oikean käden sormet ovat kiertosuuntaan (1/2p)
- x- ja y-komponenttien amplitudit ovat samat $\Rightarrow$ ympyräpolaroitunut aalto (1/2p)

} oikeakätisesti
ympyräpolaroitunut
(1/2p)

5. a). vapaan hiukkasen aaltofunktio on $\Psi(x,t) = A e^{i(kx - \omega t)}$ (1/2p)

• energiaoperaattori on $E_{op} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$ (1/2p)

$$\langle E \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^*(x,t) E_{op} \Psi(x,t) dx = \hbar \omega \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \Psi^*(x,t) \Psi(x,t) dx}_{=1, \text{ normalisointi}} = \hbar \omega \quad (1/2p)$$

$$\langle E^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^*(x,t) E_{op}^2 \Psi(x,t) dx = (\hbar \omega)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^*(x,t) \Psi(x,t) dx = (\hbar \omega)^2$$

• energian varianssi: $\sigma_E = \langle (E - \langle E \rangle)^2 \rangle = \langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2 = 0$ (1/2p)

$\Rightarrow$ energialla yksikäsitteinen arvo $E = \hbar \omega$ (1/2p)

b) Fotoniin liittyvän sähkömagneettisen kentän aallonpituuden on oltava kappaleen kokoluokkaa (tai pienempi) (1/2p)

$$\Rightarrow \lambda_{\max} = 2,5 \text{ \AA}$$

$$E_{\min} = h f_{\min} = \frac{hc}{\lambda_{\max}} \approx \underline{\underline{4,9 \text{ keV}}} \quad (1/2p)$$

c) resepti:

1. määritä potentiaali

(1/2p)

2. ratkaise aaltofunktio Schrödingerin yhtälöstä

(1/2p)

3. normalisoi aaltofunktio

(1/2p)

4. laske suureiden odotusarvot kaavasta

(1/2p)

$$\langle A \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^*(x,t) A \Psi(x,t) dx$$