Matematiikan laitos
Teknillinen korkeakoulu

Pitkäranta/Leppänen

Mat-1.1020 Peruskurssi L2

Välikoe 2 29.03.2010

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa ei saa käyttää laskinta. Koeaika on 3h.

1. Tarkastellaan lineaarista yhtälöryhmää

$$\begin{cases} \lambda x_2 - x_4 = b_1 \\ x_1 - x_3 + \lambda x_4 = b_2 \\ -x_1 - x_2 + x_3 = b_3 \\ \lambda x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = b_4 \end{cases}$$

   missä $\lambda \in \mathbb{R}$ on parametri. Määritä λ, yhtälöryhmän ratkeavuusehdot ja yleinen ratkaisu (ratkeavuusehtojen toteutuessa), kun λ:n arvo tiedetään sellaiseksi, että yhtälöryhmällä ei ole ratkaisua, kun $b_1 = b_2 = b_3 = 0$ ja $b_4 = 1$.

2. Avaruuden piste $P = (x, y, z)$ projisoidaan suoran $S : x = y = -2z$ suunnassa tason $T : x - y + 2z - 2 = 0$ pisteeksi Q. Asetetaan $P' = (x', y', z') =$ janan PQ keskipiste ($P' = P$, jos $Q = P$). Esitä kuvaus $P \mapsto P'$ affiinikuvauksena $\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}$.

3. Laske $y(0)$ ja $y'(0)$, kun $y(x)$ määritellään pisteen $x = 0$ ympäristössä kaavalla

$$\int_0^1 \frac{e^{xyt}}{x + y + t}\, dt = 1.$$

4. Ratkaise Lagrangen kertojien menetelmällä sidottu ääriarvotehtävä $xy^2z^3 = max!$ ehdolla $x^2 + y^2 + z^2 = 12$.

Institutionen för matematik
Tekniska högskolan

Pitkäranta/Leppänen

Mat-1.1020 Grundkurs L2

Mellanförhör 2 29.03.2010

Fyll i tydligt *på varje svarpapper* samtliga uppgifter. På *förhörskod och -namn* skriv kursens kod, namn samt *slutförhör* eller *mellanförhör* med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Räknare är inte tillåten. Examenstid 3h.

1. Vi studerar det linjära ekvationssystemet

$$\begin{cases} \lambda x_2 - x_4 = b_1 \\ x_1 - x_3 + \lambda x_4 = b_2 \\ -x_1 - x_2 + x_3 = b_3 \\ \lambda x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = b_4 \end{cases}$$

där $\lambda \in \mathbb{R}$ är en parameter. Bestäm λ, villkor för att ekvationssystemet skall vara lösbart samt allmänna lösningen (då villkoren för lösbarhet är uppfyllda), om man vet att λ:s värde är sådant att ekvationssystemet saknar lösning, då $b_1 = b_2 = b_3 = 0$ och $b_4 = 1$.

2. Punkten $P = (x, y, z)$ i rummet projeceras parallet med linjen $S : x = y = -2z$ på en punkt Q i planet $T : x - y + 2z - 2 = 0$. Låt $P' = (x'. y', z')$ = vara mittpunkten hos linjesegmentet PQ ($P' = P$, om $Q = P$). Ge avbildningen $P \mapsto P'$ som en affin avbildning $\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}$.

3. Beräkna $y(0)$ och $y'(0)$, då $y(x)$ definieras i omgivningen av punkten $x = 0$ genom formeln

$$\int_0^1 \frac{e^{xyt}}{x + y + t}\, dt = 1.$$

4. Lös med hjälp av metoden med Lagrange-multiplikatorer optimeringsproblemet $xy^2z^3 = max!$ under bivillkoret $x^2 + y^2 + z^2 = 12$.