

Mat-1.1020 Peruskurssi L2

Välikoe 3 10.05.2010

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa ei saa käyttää laskinta. Koeaika on 3h.

1. Näytä sopivalla koordinaatiston siirrolla ja kierrolla, että yhtälö

$$2xy + 2xz - 2yz - 2x - y + z + 1 = 0$$

määrittelee ympyräkartion K . Mikä piste on K :n kärki ja mikä suora on K :n akseli?

2. Laske tasointegraali $\int_A f \, dx dy$, kun

a) $f(x, y) = xy$ ja $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1 \text{ \& } 0 \leq y \leq 1 - x^2\}$,

b) $f(x, y) = xe^{y^3}$ ja $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq y \leq 1\}$.

3. R -säteisen kuulan massatiheys on $\rho = \rho_0(r/R)^\alpha$, missä r on etäisyys kuulan keskipisteestä, ρ_0 on vakio ja $\alpha \in \mathbb{R}$. Kuulan hitausmomentti kuulaa sivuavan suoran S suhteen on $I_S = \frac{3}{2}mR^2$, missä m = kuulan massa. Mikä on α :n arvo?

4. On annettu avaruuden vektorikenttä $\vec{F} = (2x + yz - 1)\vec{i} + (xz - 2y)\vec{j} + (xy + 1)\vec{k}$.

a) Laske polkuintegraali $\int_p \vec{F} \times d\vec{r}$, kun p kulkee pisteestä $P = (0, 0, 0)$ pisteeseen $Q = (1, 1, 1)$ pitkin parabolisten lieriöiden $y = x^2$ ja $z = y^2$ leikkauskäyrää.

b) Väitetään, että polkuintegraalin $\int_p \vec{F} \cdot d\vec{r}$ arvo riippuu vain polun p päätepisteistä. Onko väite tosi? Perustele!

Mat-1.1020 Grundkurs L2

Mellanförhör 3 10.05.2010

Fyll i tydligt på varje svarspapper samtliga uppgifter. På förhörskod och -namn skriv kursens kod, namn samt slutförhör eller mellanförhör med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Räknare är inte tillåten. Examenstid 3h.

1. Visa med hjälp av en lämplig förskjutning och vridning av koordinatsystemet att ekvationen

$$2xy + 2xz - 2yz - 2x - y + z + 1 = 0$$

bestämmer en rät cirkulär kon K . Vilken punkt är K 's spets och vilken linje är K 's axel?

2. Beräkna ytintegralen $\int_A f \, dx dy$, då

a) $f(x, y) = xy$ och $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1 \text{ \& } 0 \leq y \leq 1 - x^2\}$,

b) $f(x, y) = xe^{y^3}$ och $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq y \leq 1\}$.

3. Ett klot med radien R har massdensiteten $\rho = \rho_0(r/R)^\alpha$, där r är avståndet från klotets mittpunkt, ρ_0 är en konstant och $\alpha \in \mathbb{R}$. Klotets tröghetsmoment med avseende på en linje S , som tangerar klotet är $I_S = \frac{3}{2}mR^2$, där m = klotets massa. Vad är α 's värde?

4. Vektorfältet $\vec{F} = (2x + yz - 1)\vec{i} + (xz - 2y)\vec{j} + (xy + 1)\vec{k}$ i \mathbb{R}^3 är givet.

a) Beräkna kurvintegralen $\int_p \vec{F} \times d\vec{r}$, då p går från punkten $P = (0, 0, 0)$ till punkten $Q = (1, 1, 1)$ längs skärningskurvan mellan de paraboliska cylindrarna $y = x^2$ och $z = y^2$.

b) Det påstås att kurvintegralens $\int_p \vec{F} \cdot d\vec{r}$ värde bara beror på kurvan p 's ändpunkter. Är påståendet sant? Motivera!