

Mat-1.1310 Peruskurssi K1

Tentti 19.5.2010

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Tutkinto-ohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KTA, KON, MAR, MTE, PUU, RRT, TFM, TIK, TLT, TUO, YYT.

Kokeessa saa käyttää ylioppilaskirjoituksissa sallittua laskinta, ei muita apuvälineitä.

1. a) Määritä kompleksiluvun

$$z = \frac{1 + 2i}{2 - i}$$

reaali- ja imaginaariosa sekä moduli.

- b) Olkoon $\mathbf{a} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$ ja $\mathbf{b} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$. Määritä ristitulo $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ ja vektoriprojektio \mathbf{a}_b .

2. Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & t \end{bmatrix}.$$

- a) Millä parametrin $t \in \mathbf{R}$ arvoilla matriisilla A on käänteismatriisi?

- b) Laske A^{-1} , kun $t = 1$.

- c) Määritä matriisin A ominaisarvot, kun $t = 0$.

3. Määritä tasokäyrän $x^2 + xy + 2y^2 = 11$ tangenttisuoran yhtälö pisteessä $(1, 2)$.

4. Laske integraalit

a) $\int_0^1 \frac{dx}{4 - 2x}$ ja b) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{(x - 3)(x + 2)}$.

5. a) Moottoriveneen vauhti $v = v(t)$ mitataan 10 sekunnin välein aikavälillä $t \in [0, 60\text{s}]$, jolloin saadaan $v = 15, 20, 20, 25, 20, 25, 30$ km/h. Arvioi veneen kulkemaa matkaa eli integraalia

$$\int_0^{60\text{s}} v(t) dt$$

käyttämällä jotakin numeerista integroimismenetelmää. (km/h = 1000/60² m/s)

- b) Laske integraali

$$\int_0^{\pi^2} \sin(\sqrt{x}) dx$$

sijoittamalla aluksi $x = t^2$.

Lisätietoja: Integraalia $\int_a^b f(x) dx$ voidaan approksimoida luvuilla

$$T_n = h(f(x_0)/2 + f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_{n-1}) + f(x_n)/2) \text{ ja}$$

$$S_n = \frac{h}{3}(f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + 2f(x_4) \dots + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)).$$