

Mat-1.1332 Matematiikan peruskurssi KP3-II

Tentti 19.5.2010

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Tutkinto-ohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KTA, KON, MAR, MTE, PUU, RRT, TFM, TIK, TLT, TUO, YYT.

Kokeessa saa käyttää ylioppilaskirjoituksissa hyväksyttyä laskinta, ei muita apuvälineitä. Koeaika on 4h.

1. Olkoon $A = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$

- Onko A symmetrinen?
- Onko A ortogonaalinen?
- Laske A^k , kun $k > 0$ on mielivaltainen kokonaisluku. *Huom. Ratkaisusi tulee siis toimia kaikilla kokonaisluvulla k . Yhden potenssin laskeminen jollakin tietyllä k ei siis riitä.*

2. Muodosta ortogonaalinen kanta $\{v_1, v_2\}$ ja ortonormeerattu kanta $\{u_1, u_2\}$ avaruudelle $W = \text{span}\{x_1, x_2\}$, kun $x_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}$ ja $x_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

3. a) Laske yhtälöryhmälle $Ax = b$ pienimmän neliösumman ratkaisu, kun

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 12 \end{bmatrix}.$$

- b) Laske a)-kohdan matriisin A singulaariarvot eli matriisin $A^T A$ ominaisarvojen neliöjuuret ($\sigma_i = \sqrt{\lambda_i(A^T A)}$).

4. Etsi epälineaarisen yhtälösystemin

$$\begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 - x_2^2 \\ x_1 - x_1^2 \end{bmatrix}$$

kriittiset pisteet ja luokittele ne. Käytä luokitteluun linearisointia.

5. Muodosta matriisin $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ Jordan-hajotelma $A = PJP^{-1}$, missä $J =$

$$\begin{bmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}, P = [p_1 \ p_2], \lambda \text{ on } A\text{:n ominaisarvo, } p_1 \text{ on } A\text{:n ominaisvektori ja } p_2 \text{ on vektori joka toteuttaa yhtälön } (A - \lambda I)p_2 = p_1.$$

$2v_1$
 $-4v_1$
 $2v_2$
 $-4v_2$
0
+