



## Tentti: Geodesian yleiskurssi 11.05.2005

### Funktiolaskin

#### 1. Peruskäsitteet

- (a) Monikulmiojono. Piirrä kuuden mittausvälin (seitsemän pisteen) suljettu monikulmiojono (samanpituiset välit) ja lisää pistevirhe-ellipsit ja suhteelliset (pisteiden väliset) virhe-ellipsit

- i. ennen tasoitusta (jatkuva viiva), ja
- ii. tasoituksen jälkeen (katkoviiva).

*Vain luonnos.* Näytä, että olet ymmärtänyt, miten virheet kulkevat monikulmiojonossa ja miten tasoitus siihen vaikuttaa.

- (b) Mercator, UTM, Gauß-Krüger ovat *konformisia* projektioita. Kuvaa ne kaikki kolme. Mitä konformisuus merkitsee? Missä projektiot ovat mittakaavatarkkoja (jos missään)?

#### 2. Koordinaattijärjestelmät ja -muunnokset

Oulun koordinaatit ovat  $\varphi = 65^\circ$ ,  $\lambda = 26^\circ$ . Helsingin *kkj*-koordinaatit ovat  $x = 6\,650\,000$  m,  $y = 3\,400\,000$  m.

- (a) Missä *kkj*-vyöhykkeessä (keskimeridiaanin pituusaste) Helsinki sijaitsee?
- (b) Kumpi on itäisempänä, Helsinki vai Oulu?

#### 3. Helmert-muunnoksen parametrit

Kaksiulotteisen HELMERT-muunnoksen kaava on

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = (1 + m) \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix},$$

missä alaindeksit 1 ja 2 viittaavat alkuperäiseen ja muunnettuun koordinaattijärjestelmään.

Oleta, että mittakaava  $m \approx 0$  ja kiertokulma  $\alpha \approx 0$  (eli pieniä mutteivät tarkasti nolla, siis  $\cos \alpha \approx 1$  mutta  $\sin \alpha \approx \alpha \neq 0$ ). Kirjoita yo. kaava lineaariseen havaintoyhtälömuotoon

$$\underline{\ell} = A\underline{x} + \underline{v},$$

missä tuntemattomien vektori  $\underline{x}$  koostuu neljästä parametrusta  $m = K - 1, \alpha, t_x, t_y$  ja "havainnot" ovat koordinaatti-erot  $x_2 - x_1$  ja  $y_2 - y_1$ . Kirjoita rakennematriisi  $A$  auki.

#### 4. Havaintoyhtälöt, GPS

Olkoon GPS-mittauksen linearisoitu havaintoyhtälö yhteen satelliittiin

$$\Delta p + v = \cos A \cos \eta \Delta X + \sin A \cos \eta \Delta Y + \sin \eta \Delta Z - c \Delta T,$$

jossa  $A, \eta$  ovat havaitun satelliitin azimuti ja korkeuskulma ja  $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$  havaintopaikan koordinaattien korjaukset.  $\Delta T$  on vastaanottimen kellokorjaus.

- (a) Jos on havaittavissa  $n$  satelliittia, kirjoita rakennematriisi  $A$  auki.  
(b) [Haastava] Jos kaikki satelliitit ovat samalla korkeuskulmalla  $\eta = \eta_0$ , ovatko silloin  $A$ -matriisin kaikki sarakkeet riippumattomia toisistaan?

#### 5. Datummuunnos ellipsoidilla

Annettuna suorakulmaisten koordinaattien kaava pallo-approksimaatiossa:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = (R + h) \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \lambda \\ \cos \phi \sin \lambda \\ \sin \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}.$$

- (a) Johda differentiaalikaava, joka ilmaistaa linearisoidut<sup>1</sup> suureet (vektori)  $\begin{bmatrix} dX_0 & dY_0 & dZ_0 \end{bmatrix}^T$  suureisiin  $\begin{bmatrix} dh & d\phi & d\lambda \end{bmatrix}^T$ .  
(b) Kirjoitetaan  $\begin{bmatrix} dh & d\phi & d\lambda \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} dN & -d\xi & -\frac{dn}{\cos \phi} \end{bmatrix}^T$ . Mitkä kolme kaavan oikealla puolella esiintyvää suuretta olisi datum-pisteessä kiinnitettävä konventionaalisiin arvoihin (esim. nollaan) datum-määrittelyn yhteydessä?

#### Pisteytys:

Kysymys	1	2	3	4	5	Yht.
	a b	a b	a	a b	a b	
Pisteet	6	5	5	5	5	25
	2 3	3 2	5	3 2	3 2	

Pisteet	10	13	16	19	23
Arvosana	1	2	3	4	5

<sup>1</sup>Huomaa, että tässä tehtävässä kuten luentomonisteessa, linearisoidun korjaussuureen symbolina käytetään  $d$ , kun taas tehtävässä 4 käytetään  $\Delta$ . Käytäntö on vaihteleva.