

Jussi Kipela

Teknillinen korkeakoulu

Mat-1.1331 Matematiikan peruskurssi KP3-I

Tentti 6.2.2010

Täytä huolellisesti kaikki vaaditut tiedot jokaiseen vastauspaperiin.

Ei laskimia.

1. Olkoon $z = 3 - 3i$. Sievennä

a) $1/z$,

b) e^z ,

c) $\text{Ln } z$

muotoon $x + iy$.

2. Osoita, että funktio $v(x, y) = 3x - 2y + 1$ on harmoninen, ja määritä vastaava harmoninen konjugaattifunktio $u(x, y)$.

3. a) Määritä funktion

$$f(z) = \frac{z}{1 + 2z}$$

Taylor-sarja pisteen $z = 0$ suhteen ja selvitä sarjan suppenemissäde.

b) Päätele a-kohdan sarjakehitelmän avulla derivaatta $f^{(10)}(0)$.

4. Laske parametrisoinnin avulla integraalit

$$\int_C \frac{1}{z} dz \quad \text{ja} \quad \int_C \frac{1}{\bar{z}} dz,$$

kun C on polku $|z| = 2$ vastapäivään kierrettynä.

5. Funktio $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ on 2π -jaksollinen ja

$$f(t) = \begin{cases} 0, & -\pi < t \leq 0, \\ t, & 0 < t \leq \pi. \end{cases}$$

Määritä funktion f Fourier-kertoimet.

Kääntöpuolella joitakin kaavoja.