

1. välikoe, ma 22.2.10 klo 16-19

Täytä selvästi jokaiseen vastauspaperiin kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja tieto "1. välikoe".

Kokeessa ei saa käyttää laskinta eikä taulukkokirjaa.

1. Tutki, suppenevatko sarjat

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|\cos n|}{n^2 + 3n + 2}, \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Entä suppenevatko ne itseisesti? Perustele vastauksesi huolellisesti.

2. Hiukkanen liikkuu avaruudessa pitkin käyrää

$$\begin{cases} x(t) = t \cos(t) \\ y(t) = t \sin(t) \\ z(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} t^2 \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$$

(c) Hahmottele tai kuvaile hiukkasen reitti xyz-koordinaatistossa.

(a) Mikä on hiukkasen nopeus pisteessä  $(-\pi, 0, \frac{\pi^2}{\sqrt{2}})$ ?

(b) Kuinka pitkän matkan hiukkanen on liikkunut kuljettuaan pisteestä  $(0, 0, 0)$  pisteeseen  $(-\pi, 0, \frac{\pi^2}{\sqrt{2}})$ ?

3. Tutki, voidaanko funktio

$$f(x, y) = \frac{x^3 y \sin(y + \frac{\pi}{2})}{x^6 + y^2}, \quad (x, y) \neq (0, 0)$$

määritellä origossa siten, että siitä tulee jatkuva.

4. Olkoon  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  kahden muuttujan funktio

$$f(x, y) = x^2 y - \frac{y}{x^2 + 1} + 1.$$

(a) Mikä on funktion  $f$  gradientti pisteessä  $(x, y) = (1, 1)$ ? Mitä se kertoo?

(b) Funktio määrittää pinnan avaruudessa  $\mathbb{R}^3$ , kun asetetaan  $z = f(x, y)$ . Etsi tälle pinnalle pisteen  $(1, 1, \frac{5}{2})$  kautta kulkevan tangenttitason yhtälö.

(c) Etsi ne pinnan pisteet, joissa pinnan  $z = f(x, y)$  tangenttitaso on horisontaalinen eli xy-tason suuntainen.