

S-72.1110 Signaalit ja järjestelmät

Tentti 18.12.2009

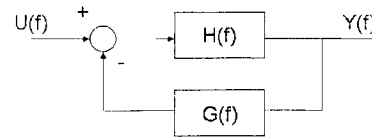
Vastaa tehtävään 1, tehtävistä 2 – 7 otetaan huomioon neljä parhaiten suoritettua tehtävää.

Laskutehtävissä on esitettävä välivaiheet, pelkkä tulos ei riitä.

1.

Vastaa lyhyesti seuraaviin osatehtäviin, käytä tarvittaessa kuvaa.

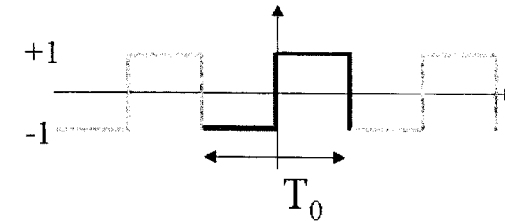
- Miten määrätään signaalin $x(t)$ ortonormaalisen sarjakehitelmän kertoimet, kun kantafunktiojoukko $\{\phi_n(t)\}$ on määritelty aikavälillä $[0, T]$?
- Signaalin yksikkö on V. Mikä on sen energiaspektrin yksikkö?
- Tutkitaan signaalin spektriä taajuusalueella $0 \dots 20,48$ kHz käyttäen diskreettiä Fourier-muunnosta. Näytepisteiden lukumäärä on 1024. Kuinka suuri on näyteväli aika- ja taajuusalueessa?
- Mikä on satunnaissignaalin keskimääräinen teho, kun sen autokorrelaatio funktio on $R(\tau)$? (autokorrelaatiosta käytetään myös notaatiota $\phi(\tau)$)
- Kaksi saman taajuista ja vaiheista sinimuotoista signaalia summautuu toisiinsa. Yksittäisen signaalin teho on 0 dBm. Mikä on summasignaalin teho dBm ja wattimuodossa?
- Ratkaise oheisen järjestelmän siirtofunktio $Y(f)/U(f)$.
- Kanavan siirtofunktio on $H(f) = 1 - b \exp(-j2\pi fT)$.
Esitä kanavan amplitudi- ja vaihevaste.



- Stationäärisen ja ergodisen signaalin $x(t)$ amplitudin todennäköisyystiheysfunktio on $p(x)$. Miten lasketaan signaalin oletusarvo $E\{x(t)\}$?
- Mitä tarkoittaa se, että kaksi satunnaismuuttujaa X ja Y ovat riippumattomia?
- Esitä QPSK-modulaation konstillaatio kuva

2.

Tarkastellaan erästä radionavigaatiojärjestelmää. Järjestelmässä lähetetään kuvan 1 mukainen kello-signaali radiotaajuudella käyttäen taajuusmodulaatiota.



Kuva 1. Moduloiva kello-signaali

- Esitä kuvan 1 kello-signaali Fourier-sarjan avulla
- Ratkaise FM-moduloitun signaalin tehosppektri. Oleta, että modulointi-indeksi f_0 on pieni. FM-moduloitu signaali on muotoa

$$x(t) = \cos(2\pi f_c t + \phi(t)) = \underbrace{\cos \phi(t)}_{x_I(t)} \cos(2\pi f_c t) + \underbrace{\sin \phi(t)}_{x_Q(t)} \sin(2\pi f_c t)$$

$$\phi(t) = 2\pi f_0 \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau$$

- Jos kello-signaali lähetetään käyttäen lyhytaaltoa 5 MHz keskitaajuudella käyttäen n. 100 kHz kaistaa, mikä on käytetty jaksonaika T_0 ?

Vinkki: $\cos x \approx 1$, $\sin x \approx x$, $x \ll 1$

$$(A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$$

3.

Puhelinverkossa käytetään jakosuodinta erottamaan tilaajajohdon analoginen puhelinliikenne ja digitaalinen dataliikenne toisistaan. Puhelinliikenne erotetaan käyttämällä alipäästösuodatinta, jonka vaatimukset ovat seuraavat:

- 3 dB kaistanleveys 10 kHz
- Vaimennus taajuudella 32 – 70 kHz vähintään -30 dB
- Vaimennus taajuudella 70 – 600 kHz vähintään -50 dB

Suunnittele ehdot täyttävä Butterworth suodatin.

Suodattimen amplitudifunktio on

$$A(f) = \frac{1}{\sqrt{1+(f/W)^{2n}}}$$

4.

a) Ratkaise RC-suodattimen askelvaste $y(t) = h(t) \otimes u(t)$ käyttäen graafista konvoluutiota. Suodattimen impulssivaste on

$$h(t) = \begin{cases} \frac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

jossa $T > 0$ on suodattimen aikavakio. Askelmainen herätesignaali on

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

b) Mikä on askeleen nousuaika?

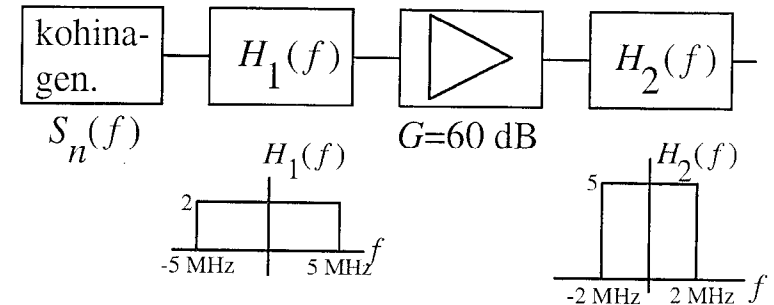
5.

Erään tehovahvistimen toimintaa kuvaava karakteristinen yhtälö on

$$y \approx 2x - \frac{2}{3}x^3, \quad x \ll 1$$

Signaali $x(t) = A \cos(2\pi(f_c - \Delta f)t) + B \cos(2\pi(f_c + \Delta f)t)$, $A \ll 1$, $B \ll 1$ kulkee vahvistimen läpi ratkaise signaalin $y(t)$ tehospektri ja hahmottele se paperille.

6.



- Esitä yllä olevan järjestelmän lähtötehospektri symbolisessa muodossa, kun G on tehovahvistus.
- Miten lasketaan keskimääräinen teho, kun tehospektri tunnetaan?
- Laske lähtöteho (W) kuvan mukaisilla suodattimilla, kun kohinageneraattori tuottaa valkoista kohinaa, jonka tehospektri on $\Phi_{nn}(f) = S_n(f) = N_o/2 = 1 \text{ fW/Hz}$.

7.

Näytteenottojärjestelmän tulosaali on kahden kosiniaallon summa, $x(t) = \cos(2\pi f_{x1}t) + 0,5 \cos(2\pi f_{x2}t)$, jossa

$f_{x1} = 3 \text{ kHz}$, $f_{x2} = 7 \text{ kHz}$, ja näytteenottotaajuus $f_s = 8 \text{ kHz}$.

- Hahmottele näytesignaalin $x_s(t)$ spektri taajuusalueella $-20 \dots +20 \text{ kHz}$ olettaen näytteenotto ideaaliseksi.
- Esitä ideaalisella alipäästösuodattimella (kaistanleveys 4 kHz) rekonstruoidun signaalin $\hat{x}(t)$ lauseke.