

Mat-1.1720 Matematiikan peruskurssi V2

tentti 26.10.2010

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Tutkinto-ohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KTA, KON, MAR, MTE, PUU, RRT, TFM, TIK, TLT, TUO, YYT.

Kokeessa saa käyttää ylioppilaskirjoituksissa sallittua laskinta, ei muita apuvälineitä. Koeaika on 4h.

Valitse 5 tehtävää.

1. Millä x :n arvoilla sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \left(\frac{3x+2}{-5} \right)^n$$

- (a) suppenee ehdollisesti,
- (b) suppenee itseisesti,
- (c) hajaantuu?

Vihje: suhde?

2. Funktio $T(x, y, z) = x^3y + y^3z + z^3x$ antaa lämpötilan kolmiulotteisen avaruuden pisteessä (x, y, z) .
- a) Laske funktion T suunnattu derivaatta pisteessä $(2, -1, 0)$, pisteen $(1, 1, 2)$ suuntaan lähdetessä.
 - b) Kärpänen lentää avaruudessa vakionopeudella 5. Hetkellä $t = 0$ kärpänen on pisteessä $(2, -1, 0)$ ja lentää kohtisuorasti läpi pinnan $2x^2 + 3y^2 + z^2 = 11$, kulkien lämpenevään suuntaan. Etsi kärpäsen kokema lämpötilanmuutos $\frac{dT}{dt}$ hetkellä $t = 0$.
3. Etsi funktion $f(x, y) = \sin(x) \sin(y) \sin(x + y)$ suurin arvo alueessa, jota rajaavat koordinaattiakselit ja suora $x + y = \pi$.
4. Laske massakeskipiste kuutiolle $0 \leq x, y, z \leq a$ jonka tiheys on $\delta(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$.
5. Ratkaise alkuarvotehtävät
- a) $y'' + 5y' + 6y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$,
 - b) $y'' + 5y' + 6y = e^{-2x}$, $y(0) = 2$, $y'(0) = -4$.

6. Ratkaise alkuarvotehtävä

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} + 10y = 1 \\ y(1/10) = 2/10. \end{cases}$$