

Matematiikan laitos  
Teknillinen korkeakoulu

## Mat-1.1320 Matematiikan peruskurssi K2

Tentti ja uusintävälikokeet 21.5.2010

Täytä selvästi jokaiseen vastauspaperiin kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Tutkinto-ohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KTA, KON, MAR, MTE, PUU, RRT, TFM, TIK, TLT, TUO, YYT.

Kokeessa saa käyttää ylioppilaskirjoituksissa hyväksyttyä laskinta, ei muita apuvälineitä. Koeaika on 3h välikokeissa ja 4h tentissä. Kaikki välikoesuoritukset on palautettava viimeistään 3h:n jälkeen.

Välikoe 1: tehtävät 1-4

Välikoe 2: tehtävät 5-8

Välikoe 3: tehtävät 9-12

Tentti: valitse viisi (5) tehtävistä 1, 4, 5, 8, 11 ja 12

1. a) Laske funktion  $f(x, y) = x \ln(y)$  differentiaalin

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$$

arvo, kun  $x = 1$ ,  $y = 1$ ,  $dx = 0.01$  ja  $dy = 0.02$ .

- b) Laske funktion

$$f(x, y) = \frac{x - y}{x + y}$$

gradientti pisteessä  $(x, y) = (1, 1)$ .

- c) Onko funktiolla

$$f(x, y) = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$$

raja-arvoa origossa  $(0, 0)$ ?

2. Laske kuvauksen

$$f(\rho, \phi, \theta) = \begin{pmatrix} \rho \sin \phi \cos \theta \\ \rho \sin \phi \sin \theta \\ \rho \cos \phi \end{pmatrix}$$

Jacobin matriisi  $Df(\rho, \phi, \theta)$  ja sen determinantti.

3. a) Osoita lyhyellä laskulla, että yhtälön  $F(x, y) = 0$  derivoiminen puolittain muuttujan  $x$  suhteen antaa kaavan

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \frac{dy}{dx} = 0.$$

- b) Laske a)-kohdassa annetun kaavan avulla derivaatta

$$\frac{dy}{dx}$$

pisteessä, jossa  $x = 1$  ja  $y = 1$ , kun  $y = y(x)$  on yhtälön  $x^2 + y^4 - xy^3 = 1$  implisiittisesti määrittämä funktio.