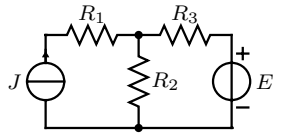
Laske tehtävät 1 – 2 eri paperille kuin tehtävät 3 – 5. Muista kirjoittaa jokaiseen paperiin **selvästi** nimi, opiskelijanumero, kurssin nimi ja koodi.
Tehtävät lasketaan tiedekunnan koepaperille. Muita papereita ei tarkasteta.

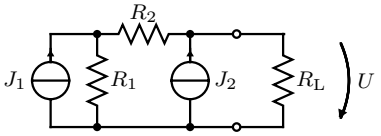
1.



Laske vastuksen R_3 kuluttama teho.

$$R_1 = 1\ \Omega \quad R_2 = 2\ \Omega \quad R_3 = 3\ \Omega$$
$$J = 10\,\mathrm{A} \quad E = 4\,\mathrm{V}.$$

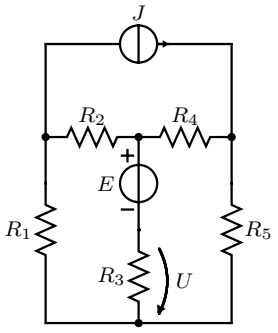
2.



Laske Théveninin menetelmällä resistanssin R_L jännite U.

$$R_1 = 1\ \Omega \quad R_2 = 2\ \Omega \quad R_\mathrm{L} = 4\ \Omega$$
$$J_1 = 1\,\mathrm{A} \quad J_2 = 2\,\mathrm{A}.$$

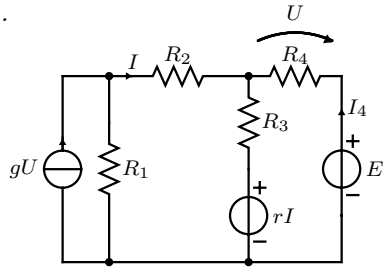
3.



Laske jännite U.

$$R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = 1\ \Omega \quad R_3 = 3\ \Omega \quad J = 1\ \mathrm{A}$$
$$E = 3\ \mathrm{V}.$$

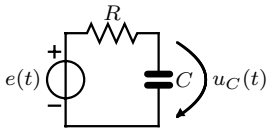
4.



Laske virta I_4 silmukkamenetelmän avulla.

$$R_1 = 1\ \Omega \quad R_2 = 2\ \Omega \quad R_3 = 3\ \Omega$$
$$R_4 = 4\ \Omega \quad r = 2\ \Omega \quad g = 1\,\mathrm{S}$$
$$E = 6\ \mathrm{V}.$$

5.



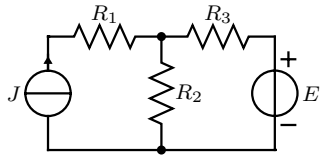
Kuvan mukaisessa piirissä tunnetaan kondensaattorin jännite $u_C(t)$. Laske lähdejännite $e(t)$.
$u_C(t) = \hat{u}_C \sin(\omega t + \phi)$

$$\hat{u}_C = 10\ \mathrm{V} \quad \omega = 500\ \mathrm{rad/s} \quad \phi = -\tfrac{\pi}{6}$$
$$R = 10\ \Omega \quad C = 1\ \mathrm{mF}.$$

Tutkintosääntö antaa mahdollisuuden järjestää lisäharjoitusta niille opiskelijoille, jotka ovat saaneet kolmesti hylätyn arvosanan välikokeista tai tentistä. Tämä tarkoittaa sitä, että saatuaan kolme nollaa, opiskelijan on palautettava laskettuna 20 assistentin määräämää lisätehtävää ennen seuraavaan tenttiin tai välikokeeseen osallistumista. Välikokeet ja välikokeen uusinta tai uusintatilaisuudessa tehty tentti lasketaan yhdeksi yritykseksi. Yksittäinen välikoe lasketaan puolikkaaksi suorituskerraksi.

Läsnäolo koetilaisuudessa lasketaan yritykseksi, samoin tenttiin ilmoittautuminen.

1.1

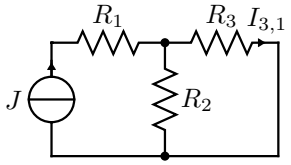


Laske vastuksen R_3 kuluttama teho.

$$R_1 = 1\ \Omega \quad R_2 = 2\ \Omega \quad R_3 = 3\ \Omega$$
$$J = 10\,\mathrm{A} \quad E = 4\,\mathrm{V}.$$

Lasketaan vastuksen virta kerrostamalla.

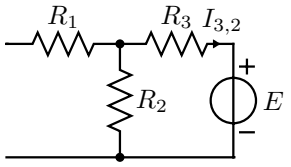
Virtalähteen vaikutus:



Virranjako:

$$I_{3,1} = \frac{R_2}{R_2 + R_3} J = \frac{2}{2+3} \cdot 10\,\mathrm{A} = 4\,\mathrm{A}$$

Jännitelähteen vaikutus:



$$I_{3,2} = -\frac{E}{R_2 + R_3} = -\frac{4}{5}\,\mathrm{A} = -0{,}8\,\mathrm{A}$$

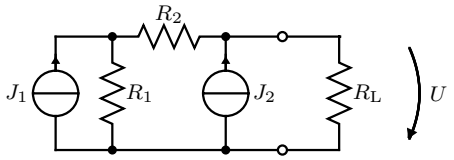
Kokonaisvirta

$$I_3 = I_{3,1} + I_{3,2} = 3{,}2\ \mathrm{A}$$

Teho

$$P = R_3 I_3^2 = 30{,}72\ \mathrm{W}$$

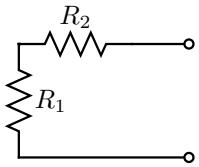
1.2



Laske Théveninin menetelmällä resistanssin R_L jännite U.

$$R_1 = 1\ \Omega \quad R_2 = 2\ \Omega \quad R_L = 4\ \Omega$$
$$J_1 = 1\,\mathrm{A} \quad J_2 = 2\,\mathrm{A}.$$

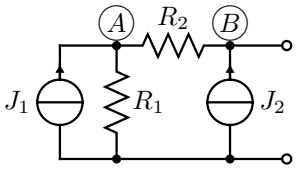
Poistetaan kuormaresistanssi R_L ja muodostetaan Théveninin lähde.



Ratkaistaan sisäinen resistanssi sammuttamalla lähteet.

$$R_T = R_1 + R_2 = 3\ \Omega$$

Ratkaistaan tyhjäkäyntijännite solmumenetelmällä:

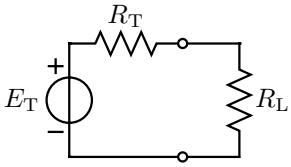


$$\begin{bmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix}$$

josta lasketaan

$$U_A = \frac{(G_1 + G_2)J_2 + G_2 J_1}{(G_1 + G_2)G_2 - G_2 G_2} = \frac{(G_1 + G_2)J_2 + G_2 J_1}{G_1 G_2} = 7\ \mathrm{V}$$

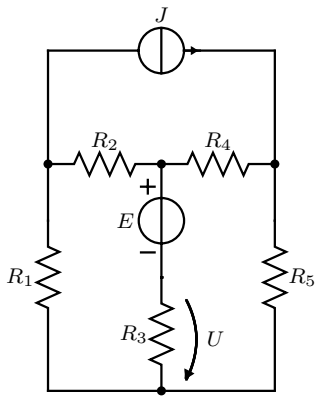
Théveninin lähde:



Lasketaan kysytty U jännitteenjaolla.

$$U = \frac{R_L}{R_L + R_T} E_T = \frac{4}{3+4} \cdot 7\,\mathrm{V} = 4\ \mathrm{V}$$

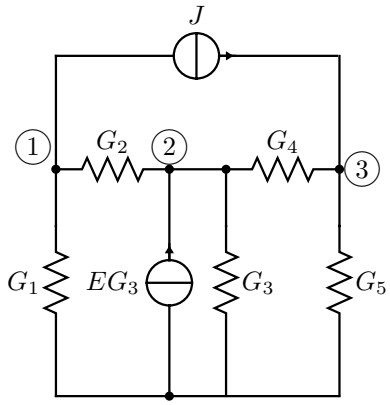
1.3



Laske jännite U.

$R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = 1\ \Omega \quad R_3 = 3\ \Omega \quad J = 1\ \mathrm{A}$
$E = 3\ \mathrm{V}$.

Tehtävä kannattaa ratkaista solmumenetelmällä. Muunnetaan jännitelähde virtalähteeksi, käytetään konduktansseja resistanssien sijaan ja nimetään solmut kuvan mukaisesti.



Kirjoitetaan solmuyhtälöt:

$$\begin{bmatrix} G_1+G_2 & -G_2 & 0 \\ -G_2 & G_2+G_3+G_4 & -G_4 \\ 0 & -G_4 & G_4+G_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -J \\ EG_3 \\ J \end{bmatrix}.$$

Sijoitetaan lukuarvot:

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & \frac{7}{3} & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

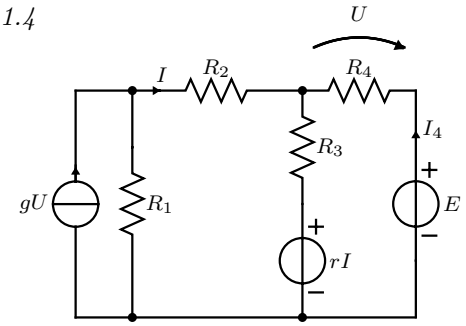
Ratkaistaan U_2:

$$U_2 = \frac{\begin{vmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}}{\frac{28}{3} - 2 - 2} = \frac{4-2+2}{\frac{16}{3}}\,\mathrm{V} = \frac{3}{4}\,\mathrm{V}$$

$U_2 = U + E$ eli kysytty jännite

$$U = U_2 - E = (\frac{3}{4} - 3)\,\mathrm{V} = -\frac{9}{4}\,\mathrm{V}$$

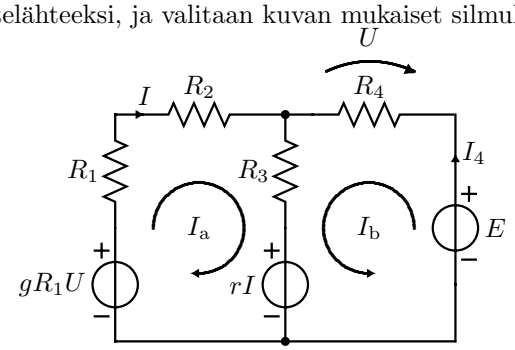
1.4



Laske virta I_4 silmukkamenetelmän avulla.

$R_1 = 1\ \Omega \quad R_2 = 2\ \Omega \quad R_3 = 3\ \Omega$
$R_4 = 4\ \Omega \quad r = 2\ \Omega \quad g = 1\,\mathrm{S}$
$E = 6\ \mathrm{V}.$

Muutetaan virtalähde jännitelähteeksi, ja valitaan kuvan mukaiset silmukkavirrat I_a ja I_b.



$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 + R_3 & R_3 \\ R_3 & R_3 + R_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\mathrm{a} \\ I_\mathrm{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} gR_1U - rI \\ E - rI \end{bmatrix}$$

Piiristä nähdään, että $U = -R_4 I_\mathrm{b}$, ja $I = I_\mathrm{a}$.

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 + R_3 & R_3 \\ R_3 & R_3 + R_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\mathrm{a} \\ I_\mathrm{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -gR_1R_4I_\mathrm{b} - rI_\mathrm{a} \\ E - rI_\mathrm{a} \end{bmatrix}$$

Siirretään ohjatuista lähteistä syntyneet termit yhtälön oikealta puolelta sen vasemmalle puolelle:

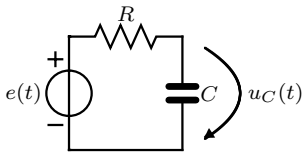
$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 + R_3 + r & R_3 + gR_1R_4 \\ R_3 + r & R_3 + R_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\mathrm{a} \\ I_\mathrm{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E \end{bmatrix}$$

Sijoitetaan annetut arvot:

$$\begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\mathrm{a} \\ I_\mathrm{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$

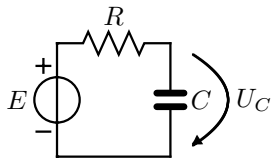
$$I_\mathrm{b} = I_4 = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 0 \\ 5 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8 & 7 \\ 5 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{8 \cdot 6}{8 \cdot 7 - 5 \cdot 7}\,\mathrm{A} = \frac{48}{21}\,\mathrm{A} = \frac{16}{7}\,\mathrm{A} \approx 2{,}286\,\mathrm{A}.$$

1.5



Kuvan mukaisessa piirissä tunnetaan kondensaattorin jännite $u_C(t)$. Laske lähdejännite $e(t)$.
$u_C(t) = \hat{u}_C \sin(\omega t + \phi)$

$$\hat{u}_C = 10 \text{ V} \quad \omega = 500 \text{ rad/s} \quad \phi = -\tfrac{\pi}{6}$$
$$R = 10\ \Omega \quad C = 1 \text{ mF}.$$



Siirrytään osoittimiin:

$$U_C = \frac{10}{\sqrt{2}}\underline{/-30^\circ}$$

Jännitteenjakosääntö:

$$U_C = \frac{\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}} E = \frac{1}{1 + \mathrm{j}\omega CR} E$$

Tästä ratkaistaan kysytty E:

$$E = (1 + \mathrm{j}\omega CR)U_C = (1 + \mathrm{j}5) \cdot \frac{10}{\sqrt{2}}\underline{/-30^\circ} = 36,056\underline{/48,69^\circ}$$

Siirrytään takaisin aika-alueeseen:

$$e(t) = 50,99 \sin(\omega t + 48,69^\circ)\,\mathrm{V}$$