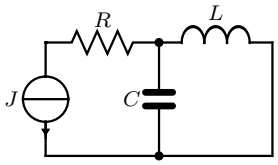
Laske tehtävät 1 – 2 eri paperille kuin tehtävät 3 – 5. Muista kirjoittaa jokaiseen paperiin **selvästi** nimi, opiskelijanumero, kurssin nimi ja koodi.
Tehtävät lasketaan tiedekunnan koepaperille. Muita papereita ei tarkasteta.

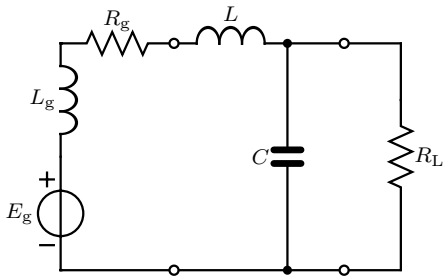
1.



Laske virtalähteen antama pätö- ja loisteho.

$$J = \tfrac{1}{2}\underline{/90^\circ}\ \mathrm{A} \quad R = 2\ \Omega \quad L = 0{,}2\,\mathrm{H}$$
$$C = 0{,}25\,\mathrm{F} \quad \omega = 10\ \mathrm{rad/s}.$$

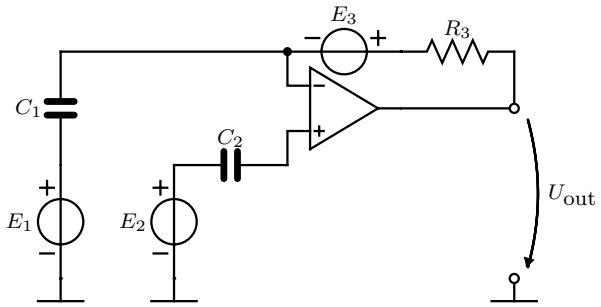
2.



Generaattori halutaan liittää kuormaan R_L siten että kuormaan saatava pätöteho on mahdollisimman suuri. Generaattorin ja kuorman väliin liitetään kuvan mukainen sovituspiiri. Valitse L ja C siten, että edellä esitetty ehto toteutuu. Laske kuormaan saatava pätöteho sovitetussa tilanteessa.

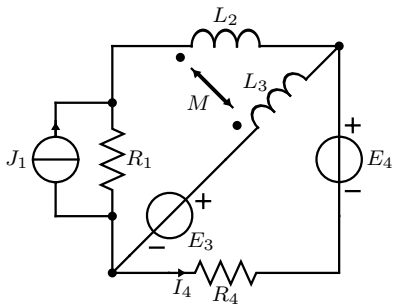
$$E_g = 30\underline{/0^\circ}\ \mathrm{V} \quad f = 1\ \mathrm{kHz} \quad R_g = 10\ \Omega$$
$$R_L = 100\ \Omega \quad L_g = 1\ \mathrm{mH}.$$

3.



Laske jännite U_{out}. Operaatiovahvistin oletetaan ideaaliseksi.

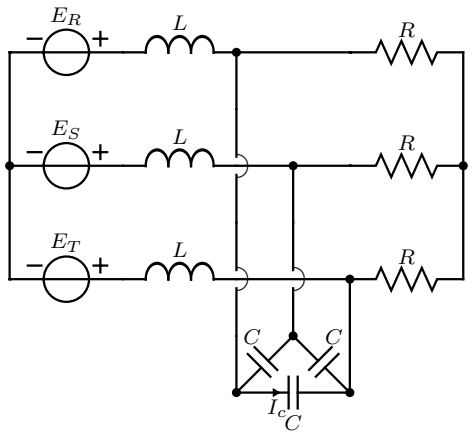
4.



Laske virta I_4.

$$J_1 = 1\underline{/0^\circ}\ \mathrm{A} \quad E_3 = 4\underline{/0^\circ}\ \mathrm{A} \quad E_4 = 10\underline{/90^\circ}\ \mathrm{A}$$
$$R_1 = 10\ \Omega \quad R_4 = 2\ \Omega \quad \omega = 2000\,\mathrm{rad/s}$$
$$L_2 = 0{,}5\,\mathrm{mH} \quad L_3 = 2\,\mathrm{mH} \quad M = 1\,\mathrm{mH}.$$

5.



Laske oheisen symmetrisen kolmivaihejärjestelmän kondensaattorin virta I_c, kun

$$|E_R| = |E_S| = |E_T| = 230\,\mathrm{V}$$

ja

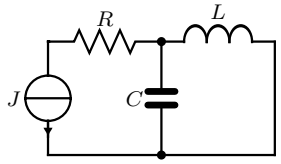
$$E_R = |E_R|\underline{/0^\circ}.$$

$$f = 50\,\mathrm{Hz} \quad C = 60\,\mu\mathrm{F} \quad R = 10\ \Omega$$
$$L = 15\,\mathrm{mH}.$$

Tutkintosääntö antaa mahdollisuuden järjestää lisäharjoitusta niille opiskelijoille, jotka ovat saaneet kolmesti hylätyn arvosanan välikokeista tai tentistä. Tämä tarkoittaa sitä, että saatuaan kolme nollaa, opiskelijan on palautettava laskettuna 20 assistentin määräämää lisätehtävää ennen seuraavaan tenttiin tai välikokeeseen osallistumista. Välikokeet ja välikokeen uusinta tai uusintatilaisuudessa tehty tentti lasketaan yhdeksi yritykseksi. Yksittäinen välikoe lasketaan puolikkaaksi suorituskerraksi.

Läsnäolo koetilaisuudessa lasketaan yritykseksi, samoin tenttiin ilmoittautuminen.

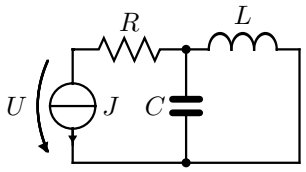
0.1



Laske virtalähteen antama pätö- ja loisteho.

$J = \frac{1}{2}\underline{/90^\circ}\,\mathrm{A}$ $\quad R = 2\ \Omega$ $\quad L = 0{,}2\,\mathrm{H}$
$C = 0{,}25\,\mathrm{F}$ $\quad \omega = 10$ rad/s.

TAPA 1:



$$\begin{aligned} U &= -\left(R + \frac{\mathrm{j}\omega L \cdot \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{\mathrm{j}\omega L + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}\right) J = -\left(R + \frac{\mathrm{j}\omega L}{1-\omega^2 LC}\right) J \\ &= -\left(2 + \frac{\mathrm{j}2}{1-5}\right)\frac{1}{2}\underline{/90^\circ} = -\left(2 - \mathrm{j}\frac{1}{2}\right)\mathrm{j}\frac{1}{2} = -\left(\frac{1}{4} + \mathrm{j}\right)\ \mathrm{V} \end{aligned}$$

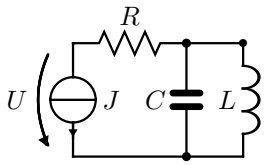
Virtalähteen teho:

$$S_J = U \cdot J^* = -(\frac{1}{4} + \mathrm{j}) \cdot \left(\frac{1}{2}\underline{/90^\circ}\right)^* = \left(-\frac{1}{2} + \mathrm{j}\frac{1}{8}\right)\ \mathrm{VA}$$

Virtalähteen pätöteho $P_J = \Re\mathrm{e}\{S_J\} = -\frac{1}{2}$ W eli virtalähde antaa pätötehoa.

Virtalähteen loisteho $Q_J = \Im\mathrm{m}\{S_J\} = \frac{1}{8}$ VAr eli virtalähde ottaa loistehoa.

TAPA 2:
Lasketaan virtalähteen yli oleva jännite solmumenetelmää käyttäen:



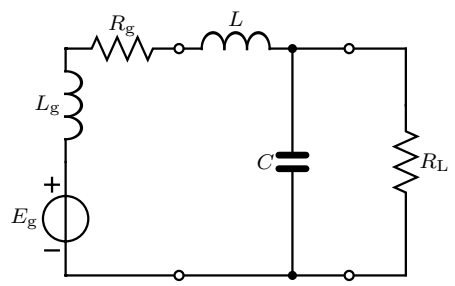
$$\begin{bmatrix} G & -G \\ -G & G + \mathrm{j}\omega C + \frac{1}{\mathrm{j}\omega L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -J \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = G\left(G + \mathrm{j}\omega C + \frac{1}{\mathrm{j}\omega L}\right) - G^2 = G\left(\mathrm{j}\omega C + \frac{1}{\mathrm{j}\omega L}\right) = \frac{G(1-\omega^2 LC)}{\mathrm{j}\omega L}$$

$$\begin{aligned} U &= \frac{\begin{vmatrix} -J & -G \\ 0 & G + \mathrm{j}\omega C + \frac{1}{\mathrm{j}\omega L} \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-J(G + \mathrm{j}\omega C + \frac{1}{\mathrm{j}\omega L})}{\frac{G(1-\omega^2 LC)}{\mathrm{j}\omega L}} = \frac{-J(\mathrm{j}\omega LG - \omega^2 LC + 1)}{G(1-\omega^2 LC)} \\ &= -(\frac{1}{4} + \mathrm{j})\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

Teho lasketaan samalla tavalla kuin yllä.

0.2



Generaattori halutaan liittää kuormaan R_L siten että kuormaan saatava pätöteho on mahdollisimman suuri. Generaattorin ja kuorman väliin liitetään kuvan mukainen sovituspiiri. Valitse L ja C siten, että edellä esitetty ehto toteutuu. Laske kuormaan saatava pätöteho sovitetussa tilanteessa.

$$E_g = 30\underline{/0^\circ}\ \text{V} \qquad f = 1\ \text{kHz} \qquad R_g = 10\ \Omega$$
$$R_L = 100\ \Omega \qquad L_g = 1\ \text{mH}.$$

Koska sovituspiiri ei kuluta pätötehoa, lähteen luovuttama maksimiteho on samalla kuormassa kuluvan maksimitehon lauseke. Saadaan:

$$P_{\text{gmax}} = P_{\text{Lmax}} = \frac{|E_g|^2}{4R_g} = 22{,}5\,\text{W}$$

Sovituspiirin induktanssin ja kapasitanssin määrääminen: P_{gmax} saavutetaan kun $Z_g^* = Z_L$. Jaetaan piiri siten, että

$$Z_g = R_g + \text{j}\omega L_g + \text{j}\omega L \Rightarrow Z_g^* = R_g - \text{j}\omega(L_g + L)$$

$$Z_L = \frac{\frac{1}{\text{j}\omega C} \cdot R_L}{\frac{1}{\text{j}\omega C} + R_L} = \frac{R_L}{1 + \text{j}\omega C R_L}$$

Kun merkitään $Z_g^* = Z_L$, saadaan yhtälöt

$$R_g = \text{j}\omega(L_g + L) + \frac{R_L}{1 + \text{j}\omega C R_L}$$

$$R_g + \text{j}\omega C R_L R_g = R_L\left[1 - \omega^2 C(L_g + L)\right] + \text{j}\omega(L_g + L)$$

Merkitään reaaliosat keskenään yhtäsuuriksi, samoin imagääriosat, jolloin saadaan yhtälöt:

$$R_g = R_L\left[1 - \omega^2 C(L_g + L)\right]$$

$$C R_L R_g = L_g + L$$

Kun jälkimmäinen yhtälö sijoitetaan edelliseen, saadaan:

$$R_g = R_L\left[1 - \omega^2 C^2 R_L R_g\right]$$

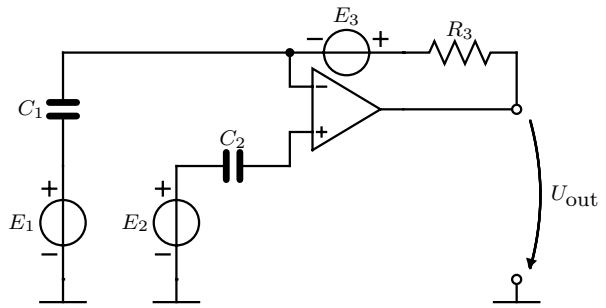
Ratkaistaan tästä yhtälöstä C:

$$C = \frac{1}{\omega R_L} \cdot \sqrt{\frac{R_L}{R_g} - 1} \approx 4{,}77\,\mu\text{F}$$

L ratkaistaan yhtälöstä $C R_L R_g = L_g + L$, jolloin saadaan:

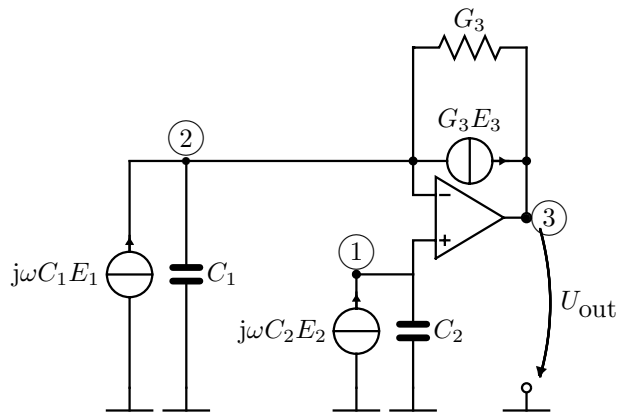
$$L = \frac{R_g}{\omega} \cdot \sqrt{\frac{R_L}{R_g} - 1} - L_g \approx 3{,}77\,\text{mH}$$

0.3



Laske jännite U_{out}. Operaatiovahvistin oletetaan ideaaliseksi.

Tehdään lähdemuunnokset piirin lähteille:



Kirjoitetaan solmuyhtälöt:

$$\begin{bmatrix} \mathrm{j}\omega C_2 & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{j}\omega C_1 + G_3 & -G_3 \\ 0 & -G_3 & G_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{j}\omega C_2 E_2 \\ \mathrm{j}\omega C_1 E_1 - E_3 G_3 \\ E_3 G_3 + I_0 \end{bmatrix}$$

$U_1 = U_2$ ja I_0 on tuntematon:

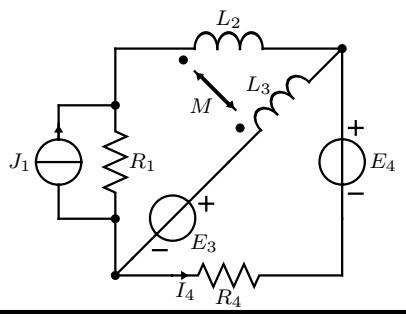
$$\begin{bmatrix} \mathrm{j}\omega C_2 & 0 \\ \mathrm{j}\omega C_1 + G_3 & -G_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{j}\omega C_2 E_2 \\ \mathrm{j}\omega C_1 E_1 - G_3 E_3 \end{bmatrix}$$

Ratkaistaan U_{out}:

$$U_{\text{out}} = U_3 = \frac{\begin{vmatrix} \mathrm{j}\omega C_2 & \mathrm{j}\omega C_2 E_2 \\ \mathrm{j}\omega C_1 + G_3 & \mathrm{j}\omega C E_1 - G_3 E_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \mathrm{j}\omega C_2 & 0 \\ \mathrm{j}\omega C_1 + G_3 & -G_3 \end{vmatrix}}$$

$$U_{\text{out}} = \frac{(\mathrm{j}\omega C_2)\mathrm{j}\omega C_1 E_1 - (\mathrm{j}\omega C_2) E_3 G_3 - \mathrm{j}\omega C_1 E_2 (\mathrm{j}\omega C_2) - G_3 (\mathrm{j}\omega C_2) E_2}{-\mathrm{j}\omega C_2 G_3} = -E_1 \frac{\mathrm{j}\omega C_1}{G_3} + E_3 + E_2 \frac{\mathrm{j}\omega C_1}{G_3} + E_2$$

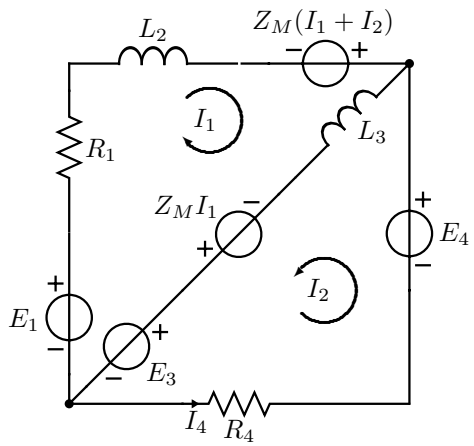
0.4



Laske virta I_4.

$$J_1 = 1\underline{/0^\circ}\ \mathrm{A} \quad E_3 = 4\underline{/0^\circ}\ \mathrm{A} \quad E_4 = 10\underline{/90^\circ}\ \mathrm{A}$$
$$R_1 = 10\ \Omega \quad R_4 = 2\ \Omega \quad \omega = 2000\,\mathrm{rad/s}$$
$$L_2 = 0{,}5\,\mathrm{mH} \quad L_3 = 2\,\mathrm{mH} \quad M = 1\,\mathrm{mH}.$$

Tehdään lähdemuunnos ja korvataan muuntaja sijaiskytkennällä.



Kirjoitetaan silmukkayhtälöt.

$$\begin{bmatrix} R + Z_{L2} + Z_{L3} & Z_{L3} \\ Z_{L3} & R_4 + Z_{L3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 J_1 + Z_\mathrm{M}(I_1 + I_2) + Z_\mathrm{M} I_1 - E_3 \\ Z_\mathrm{M} I_1 - E_3 + E_4 \end{bmatrix}$$

Siirretään ohjatun lähteen termit yhtälössä vasemmalle:

$$\begin{bmatrix} R + Z_{L2} + Z_{L3} - 2Z_M & Z_{L3} - Z_M \\ Z_{L3} - Z_M & R_4 + Z_{L3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 J_1 - E_3 \\ -E_3 + E_4 \end{bmatrix}$$

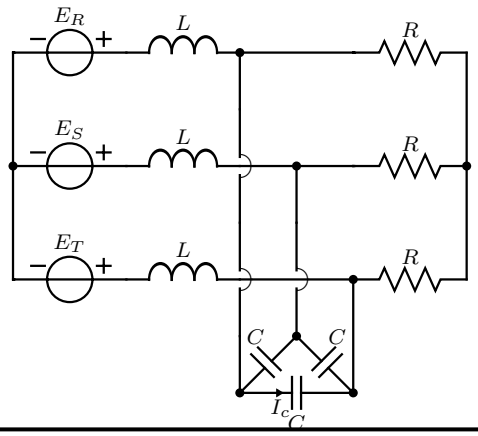
Sijoitetaan lukuarvot:

$$\begin{bmatrix} 10 + \mathrm{j} & 2\mathrm{j} \\ 2\mathrm{j} & 2 + 4\mathrm{j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -4 + 10\mathrm{j} \end{bmatrix}$$

Ratkaistaan I_2:

$$I_2 = \frac{-50 + 84\mathrm{j}}{20 + 42\mathrm{j}}\ \mathrm{A} \approx 2{,}101\underline{/56{,}23^\circ}\ \mathrm{A}$$

0.5



Laske oheisen symmetrisen kolmivaihejärjestelmän kondensaattorin virta I_c, kun

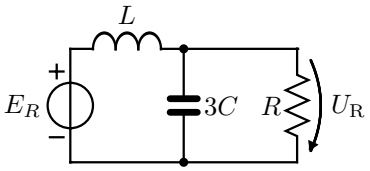
$$|E_R| = |E_S| = |E_T| = 230\,\mathrm{V}$$

ja

$$E_R = |E_R|\underline{/0^\circ}.$$

$f = 50\,\mathrm{Hz}$ $\quad C = 60\,\mu\mathrm{F}$ $\quad R = 10\ \Omega$
$L = 15\,\mathrm{mH}$.

Tehdään piirille yksivaiheinen sijaiskytkentä. Kolmioon kytketyt kondensaattorit on ensin muutettava tähteen kytketyiksi.



$$U_\mathrm{R} = \frac{\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega 3C + \frac{1}{R}}}{\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega 3C + \frac{1}{R}} + \mathrm{j}\omega L} \cdot E_R = \frac{E_R}{1 - 3\omega^2 LC + \frac{\mathrm{j}\omega L}{R}} = 263{,}8\underline{/-32{,}72^\circ}\ \mathrm{V}$$

Kysytty virta kulkee R- ja T-vaiheen välillä, joten ratkaistaan seuraavaksi U_T.
S-vaihe on 120° R-vaihetta jäljessä ja T-vaihe 120° S-vaihetta jäljessä, joten T-vaihe on 240° R-vaihetta jäljessä eli 120° edellä.

$$U_\mathrm{T} = U_\mathrm{R} \cdot \underline{/120^\circ} = 263{,}8\underline{/87{,}28^\circ}\ \mathrm{V}$$

$$I_C = (U_\mathrm{R} - U_\mathrm{T})\mathrm{j}\omega C = 8{,}61\underline{/27{,}28^\circ}\ \mathrm{A}$$

Toinen tapa tehtävän ratkaisemiseen on laskea yksivaiheisesta sijaiskytkennästä tähteen kytketyn kondensaattorin läpi kulkeva virta I_T, jolloin alkuperäisen kolmivaihejärjestelmän kolmioon kytketyn kondensaattorin läpi kulkeva virta $I_\mathrm{RT} = -I_\mathrm{TR} = -\frac{I_\mathrm{T}}{\sqrt{3}}\underline{/30^\circ}$.