

Mat-1.1332 Matematiikan peruskurssi KP3-II

Tentti 06.02.2010

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojaksoson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa saa käyttää ylioppilaskirjoituksissa hyväksyttyä laskinta, ei muita apuvälineitä. Koeaika on 4h.

1. Laske matriisin $A = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 10 \end{bmatrix}$ Cholesky-hajotelma eli alakolmiomatriisi L , joka toteuttaa yhtälön $A = LL^T$.

2. Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

(a) Laske e^A diagonalisoimalla A ensin. (b) Laske e^{At} , kun $t \in \mathbb{R}$.

e^{At} $\begin{bmatrix} e^{t-5} & \\ & e^{t+5} \end{bmatrix}$

3. Esitä Gram-Schmidtin ortonormalisointimenetelmä. Sovella sitä vektorijoukon

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

ortonormalisointiin.

4. Etsi pienimmän neliösumman ratkaisu tehtävälle $Az = c$, kun

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad c = \begin{bmatrix} 5 \\ 10 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

5. Etsi systeemin

$$\begin{aligned} y_1' &= -4y_2 \\ y_2' &= \sin y_1 \end{aligned}$$

kaikki kriittiset pisteet. Linearisoi niissä ja selvitä näin johtamiesi lineaaristen systeemien tyyppi ja stabiilisuus.