

Mat-1.1010 Peruskurssi L1

Välikoe 3 13.12.2010

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa ei saa käyttää laskinta. Koeaika on 3h.

1. a) Olkoon reaalifunktio f on derivoituva pisteessä $x = a$. Määritä lukujen $f(a)$ ja $f'(a)$ avulla raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 f(a) - a^2 f(x)}{x - a}.$$

- b) Esitä luvut $\sinh(\pi i)$, $\sin(\frac{\pi}{4} + i)$ ja i^π kompleksiluvun perusmuodossa $x + iy$.
2. Luokittele funktion $f(x) = \frac{4}{3}x + x^2 - 6x^3$ kiintopisteet attraktiivisiksi tai repulsiivisiksi. Attraktiivisessa tapauksessa tutki kiintopisteiteraation $x_{n+1} = f(x_n)$, $n = 0, 1, \dots$ suppenemisen asymptoottinen laatu olettaen, että x_0 on riittävän lähellä kiintopistettä.
3. Avaruuskäyrän $S : y = x^2, z = y^2$ tangentit leikkaavat xy -tason pitkin tasokäyrää K . Määritä a) käyrän S tangenttivektori pisteessä $P = (1, 1, 1) \in S$, b) käyrän K tangenttivektori pisteessä $Q = (-3, 8, 0) \in K$.
4. Yhtälö $y + e^{x+y} = 1 + ax$, missä $a \in \mathbb{R}$ on parametri, määrittele implisiittifunktion $y(x)$. Määritä ko. funktion Taylorin polynomi $T_2(x, 0)$. Millä a :n arvolla piste $x = 0$ on $y(x)$:n paikallinen ääriarvokohta, ja onko tällöin kyseessä paikallinen maksimi vai minimi?