

Mat-1.1010 Grundkurs L1

Mellanföreläsning 3 13.12.2010

Fyll i tydligt på varje svarspapper samtliga uppgifter. På föreläsningkod och -namn skriv kursens kod, namn samt slutföreläsning eller mellanföreläsning med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Räknare är inte tillåten. Examenstid 3h.

1. a) Den reellvärda funktionen f är deriverbar i punkten $x = a$. Bestäm gänsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 f(a) - a^2 f(x)}{x - a}$$

med hjälp av talen $f(a)$ och $f'(a)$.

- b) Ge talen $\sinh(\pi i)$, $\sin(\frac{\pi}{4} + i)$ och i^π på grundformen $x + iy$ för komplexa tal.
2. Klassificera fixpunkterna hos funktionen $f(x) = \frac{4}{3}x + x^2 - 6x^3$ som attraktiva eller repulsiva. I attraktiva fallet bestäm den asymptotiska naturen hos konvergensen hos fixpunkstiterationen $x_{n+1} = f(x_n)$, $n = 0, 1, \dots$ under förutsättningen att x_0 är tillräckligt nära fixpunkten.
3. Tangentlinjerna till rymdkurvan $S : y = x^2, z = y^2$ skär xy -planet längs en plankurva K . Bestäm a) en tangentvektor till kurvan S i punkten $P = (1, 1, 1) \in S$, b) en tangentvektor till kurvan K i punkten $Q = (-3, 8, 0) \in K$.
4. Ekvationen $y + e^{x+y} = 1 + ax$, där $a \in \mathbb{R}$ är en parameter, bestämmer implicit en funktion $y(x)$. Bestäm Taylor-polynommet $T_2(x, 0)$ för denna funktion. För vilket värde på a är punkten $x = 0$ en lokal extrempunkt för $y(x)$, och är det frågan om ett lokalt maximum eller ett lokalt minimum i så fall?