Aalto-yliopiston teknillinen korkeakoulu
Teknillisen fysiikan laitos

Tfy-0.1061 Fysiikka 1 **Tentti, 27.10.2010**

Hakola, Kurki-Suonio

Kurssin voi suorittaa vaihtoehdon A tai B mukaisesti.
Vaihtoehto A: vastaa **tehtävään 1** sekä valintasi mukaan **kolmeen muuhun** tehtävään. Kurssiarvosana määräytyy sekä tämän tentin että laskuharjoituspisteiden perusteella.
Vaihtoehto B: vastaa **kaikkiin** tehtäviin. Kurssiarvosana määräytyy tämän tentin perusteella.
Kirjoita jokaiseen palauttamaasi paperiin, kumman vaihtoehdon olet valinnut! Mikäli tämä ei käy selvästi ilmi tai vaihtoehdosta A huolimatta vastaat viiteen tehtävään, koe arvostellaan vaihtoehdon B mukaisesti. Kokeessa ei saa käyttää laskinta eikä mitään apumateriaalia. Voit vastata kysymyksiin suomeksi, ruotsiksi tai englanniksi.

1. **Pakollinen tehtävä**. Katso myös koepaperin lopussa olevaa aputietolistaa.

   a) * Plasmaa kuvataan ns. Debyen aallonpituudella $\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T}{nq^2}}$, jota pienempiä rakenteita plasmassa ei voi esiintyä. Tässä n on plasman hiukkastiheys, T lämpötila ja q hiukkasten varaus. Arvioi λ_D:n suuruusluokka protoniplasmassa, jolle $n = 10^{20}$ m^{-3} ja $T = 10^7$ K. (1,5p)
   * Vetyatomin elektronin sidottujen tilojen energiat saadaan relaatiosta $E_n = -\frac{m_e e^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2 n^2}$. Arvioi transitiossa tilalta $n = 3$ tilalle $n = 2$ emittoituvan valon aallonpituuden suuruusluokka. (1,5p)

   b) Määritä yleinen ratkaisu differentiaaliyhtälölle $m\frac{d^2x}{dt^2} = mg - kx - b\frac{dx}{dt}$, missä m, g, k ja b ovat positiivisia vakioita, $b > 2\sqrt{km}$ ja $x = x(t)$. (5p)

2. Määritä kurssilla oppimiesi tietojen avulla, tuleeko seuraavia systeemejä käsitellä kvanttimekaanisesti vai riittääkö klassinen käsittely. Suuruusluokkatarkastelu riittää. (8p)

   - Protoni (massa $m_p = 1{,}673 \cdot 10^{-27}$ kg), jonka energia on 1 keV ja joka siroaa kulta-atomien muodostamasta kuutiollisesta hilarakenteesta. Kullan hilavakio on 4,080 Å.
   - Luentosalin ovesta (leveys 1,5 m) nopeudella 10 m/s sisään pyrkivä, halkaisijaltaan 1 μm:n ja massaltaan 100 ng:n suuruinen pallomainen aerosolihiukkanen.
   - Neutronitähti, jossa noin 10^{57} neutronia (massa $m_n = 1{,}675 \cdot 10^{-27}$ kg) on asettunut säteeltään 10 km:n suuruiseen palloon. Tähden lämpötila on $T = 10^{10}$ K. Kineettinen energia on $k_B T$.

3. Kvanttimekaniikan mukaan mikromaailman hiukkasilla kuten atomin elektroneilla on aaltomaisia ominaisuuksia. Aaltoluonnetta kuvataan paikasta $\mathbf{r}$ ja ajasta t riippuvan aaltofunktion $\psi(\mathbf{r},t)$ avulla.

   a) Kerro, mitä olet kurssilla oppinut aaltofunktiosta ψ sekä sen fysikaalisesta tulkinnasta. Selitä erityisesti, miten todennäköisyydet ja todennäköisyystiheydet liittyvät asiaan. Miten saat aaltofunktion avulla määritettyä ennusteen esimerkiksi hiukkasen paikalle, liikemäärälle tai jollekin muulle mittaustulokselle? (4p)

   b) Tarkastellaan äärettömän syvään potentiaalienergiakuoppaan välille $0 \leq x \leq b$ joutunutta hiukkasta (massa m, kokonaisenergia E). Hiukkasta kuvaa paikasta riippuva aaltofunktio $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{b}}\sin(kx)$ alueessa $0 \leq x \leq b$ ja $\psi(x) = 0$ kuopan ulkopuolella. Tässä parametri $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$. Minkä ehdon saat energialle E, kun käytät hyväksesi tietoa aaltofunktion jatkuvuudesta kuopan reunoilla? Laske tämän jälkeen hiukkasen paikan odotusarvo $\langle x \rangle$ kuopassa. (4p)

KÄÄNNÄ